HOKUGA 北海学園学術情報リポジトリ
学校法人北海学園
北海学園大学
北海商科大学

タイトル	地盤内の鉛直応力に関する小型FWDと平板載荷の比較に関する研究
著者	上浦，正樹
引用	北海学園大学学園論集，131：29-41
発行日	2007-03-25

Hokkai-Gakuen Organization of Knowledge Ubiquitous through Gaining Archives.

地盤内の鉛直応力に関する小型FWDと平板載荷の比較に関する研究

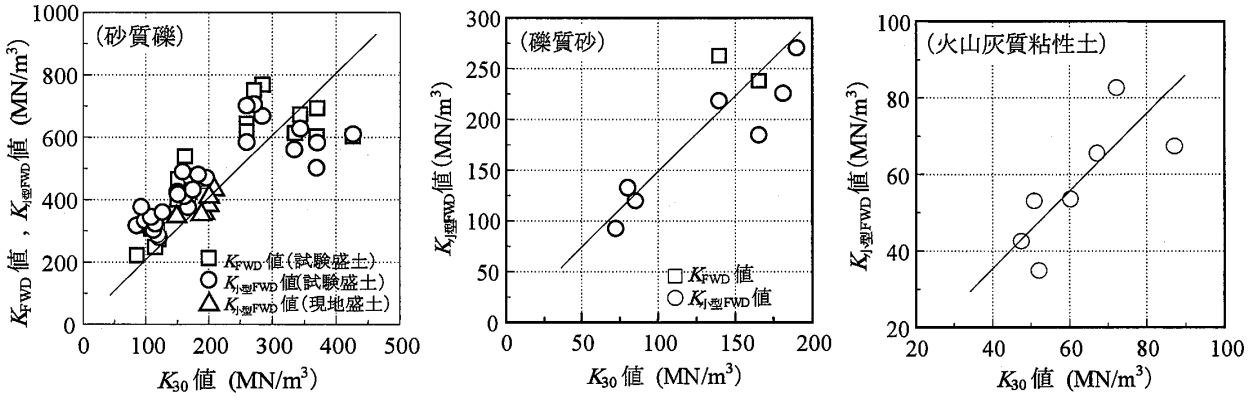
上　浦　正　樹*

1　はじめに

地盤の剛性評価方法には平板載荷などの静的載荷による方法とFWDを用いた動的載荷による方法がある。地盤が連続した（等方性の）弾性体との近似がなりたつ場合は載荷方法によらず同じような荷重・変位特性を示すものと推定されるが，土のように連続した弾性体と見なせない場合は動的載荷にように瞬時に載荷が終わる場合は載荷方向に卓越した応力が発生することが推定される。FWDおよび小型FWDの運用の手引き[1)]では，地盤の剛性で平板載荷によって求まるK_{30}と小型FWDを用いて求まる$K_{p.FWD}$の関係について砂礫，砂，粘土の各地盤で換算係数を定め，式(1)を提案している。

$$K_{P.FWD}=\gamma\times K_{30} \tag{1}$$

礫系：$\gamma=2$，砂系：$\gamma=1.5$，火山灰質粘性土：$\gamma=1$



この結果から動的載荷と静的載荷では土粒子の粒径が大ききなるほど鉛直方向の剛性が大きくなることと$K_{p.FWD}$がK_{30}よりも大きな値として評価されることが明らかになった，実用上マニュアルとしてこれらの換算係数は普及しているものの，換算係数の増加の原因ついては現段階では明らかになっていないが，そのため礫混じり砂などのこの3段階の中間に位置する場合の取り扱

*）北海学園大学工学部社会環境工学科

いが不明など検討すべき点が多く存在している。

そこで，この算係数の増加の原因を究明するための基礎的な研究として動的載荷と静的的載荷により粘土地盤内に発生する鉛直応力を測定し載荷条件の違いの影響を検討することとした。

2　地盤内応力の推定に関する研究

1885年にBoussinesqによって弾性地盤上に作用する無限剛性板に中心鉛直力が作用したときの解が発表された[2]。その後1930年代は構造物の基礎が地盤の作用する研究が進みBoussinesqの理論と実際の試験例との比較と検討がなされた。図1はConverseによってじ地盤が半無限大

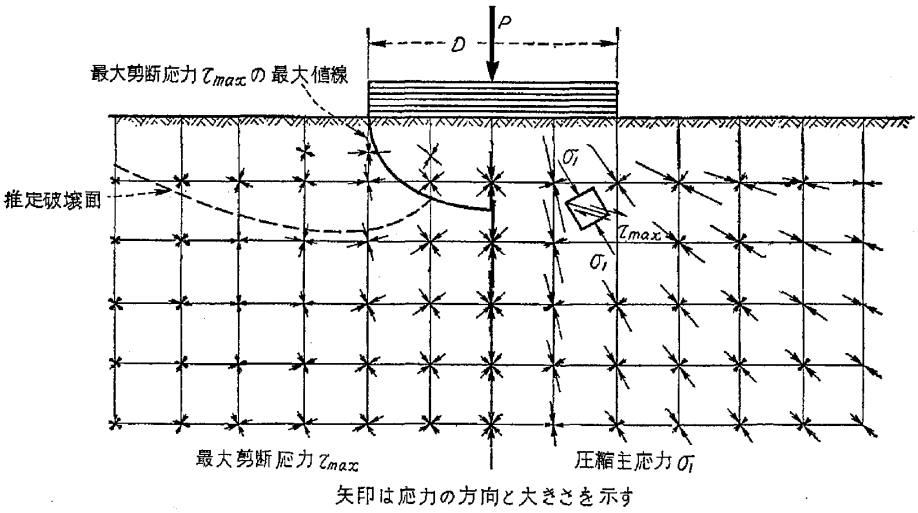


図1　円形載荷面の下の応力分布

弾性対と仮定したときの結果である(1939年)[3]。ここでの載荷条件は静的載荷である。

この図から着眼すべき点として載荷点直下の対称軸として最大せん断応力の方向が水平方向の45°から水平に近づいていくことがある。これは弾性体の仮定であるので地盤のような粒子体の集合と考える場合に直接結びけることには無理があるが，傾向としては考慮すべき点と考える。

土圧を測定するのに土槽底部に圧力シートを張り測定する方法がある[4]（図2）。この方法では載荷による土圧の分布は地盤内底部に限定して把握できるが，地盤内に剛性の異なる測定機器を埋め込むために危惧される影響を排除する上で合理的な方法である。図3は静的載荷に試験による底部土圧の測定結果と同一位置

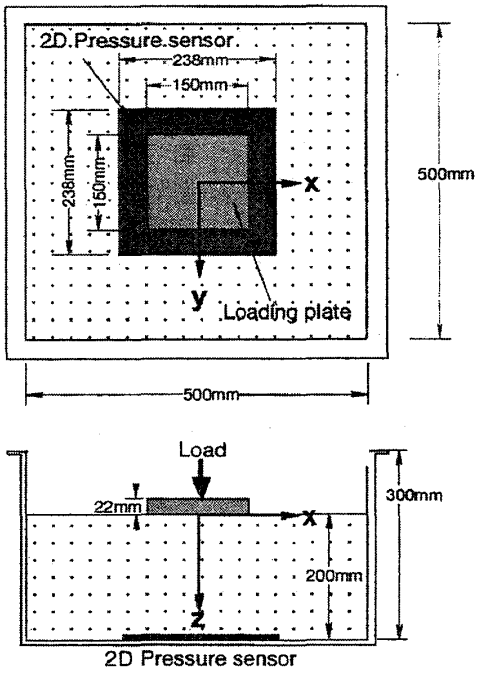


図2　二次元圧力シート

でのBoussinesqによる理論式からの値の比を求めたものである。この結果から載荷点直下では実験による測定結果はBoussinesqの理論よりも大きな値が推定されている。

図4は砂地盤での地盤内圧力とBoussinesqの理論解を比較したものである[5]。この結果から砂地盤では実測値がBoussinesqの結果より大きくでている。

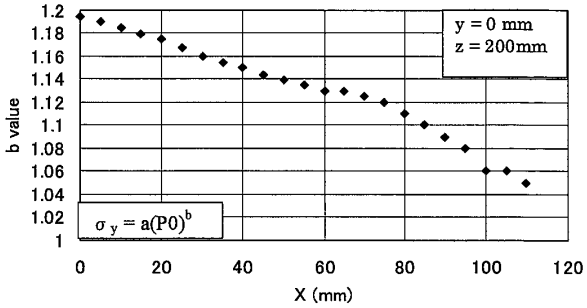


図3　測定位置による載荷圧依存性

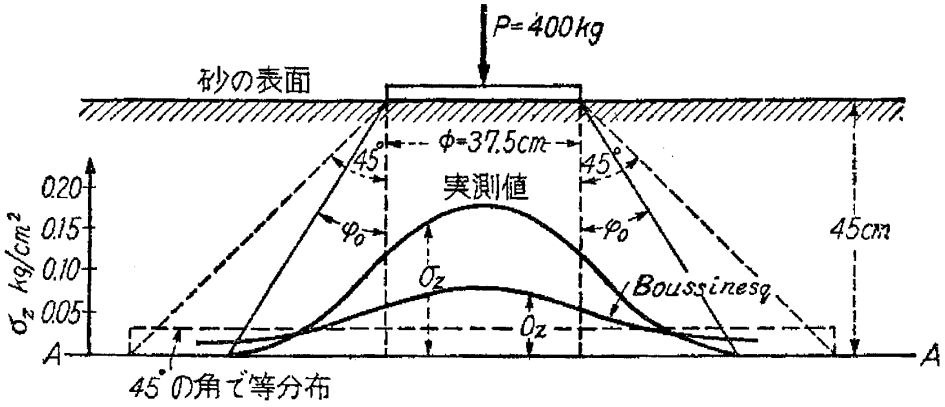


図4　Bousinesqの理論解と実測値と比較した例

このことは土圧計の剛性が地盤の剛性よりも大きいことに起因するのか，砂地盤の応力分布がBoussinesqの理論解よりも大きな傾向にあるのか不明であるが検討を要する事項と考える。

動的載荷による地盤内応力実験的に求める方法には，土圧計を用いた研究例がある[6]。この研究では重錘の落下によって発生するまさ土を用いた地盤内の鉛直応力を図5に示すように土圧計を埋め込み最大鉛直応力を測定している。土圧計は載荷点直下で鉛直方向に1mごとに設置されている。また盛土内の水位の測定により盛土内の水の動きを推定しようとしている。この結果のうち載荷点直下から深さ1mの地点（図6）では，重錘を高く落下するに従い線形に土圧が上昇していることを示している。この結果はほぼ妥当と判断できるが，地盤内に地盤の剛性の異なる測定機器を埋め込んでも土圧に与える影響が少ないことが推測される。

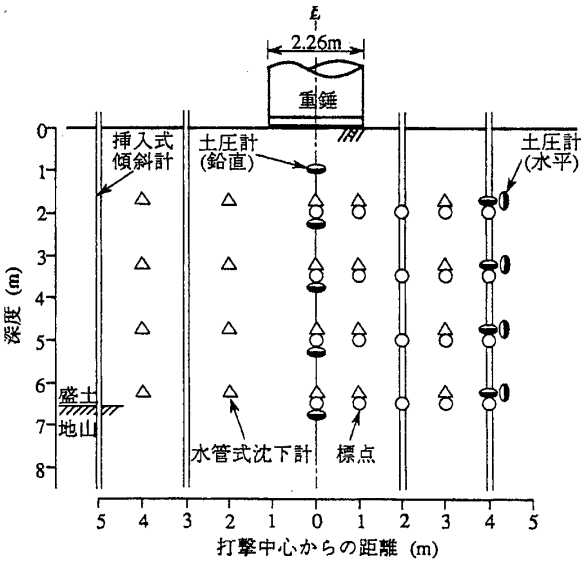


図5　土圧計の配置

載荷における地盤内の挙動を非線形型の

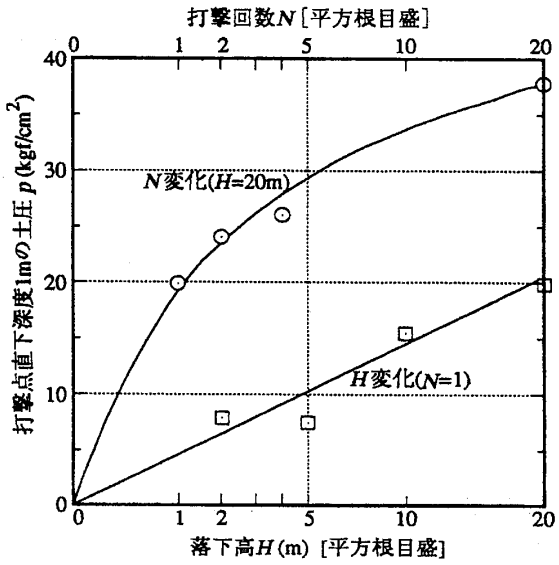


図6　土圧の測定結果

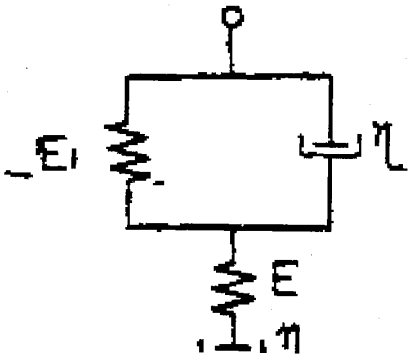


図7　Maxwell-Kalvinモデル

Maxwell-Kalvinモデルを用いて解析する研究がある[7](図7)。この研究では動的載荷波形の変動部分の $b\sin\omega t$ と仮定して地盤変位の振動部分 S_b とすると動的地盤係数 $k_v=b/Sb$ として定義している。

$$k_v=\frac{2E}{\pi R(1-\upsilon^2)}\cdot\frac{\omega^2+\left(\dfrac{E_1}{\eta}\right)^2}{\omega^2+\left(\dfrac{E_1E+E_1{}^2}{\eta^2}\right)} \tag{2}$$

この動的地盤係数 k_v は地震波などの地盤に与える振動に対して変位が振動の振幅に追従する程度を評価する係数である。この係数が1であることは完全に追従するが粘性係数 η に依存する。

以上のように地盤は弾性的要素である弾性係数と粘性係数に関係している減衰係数に左右される。

3　地盤内応力に関する理論

Boussinesqは1885年に弾性地盤上で円形や楕円剛性板に中心鉛直力が作用した場合の地盤内応力の解析結果を発表した[8]。ここではBoussinesqの結果を検証する。

載荷荷重 P においてBoussinesqは楕円形の載荷板の接地圧を図8の座標系を導いている(式(3))。

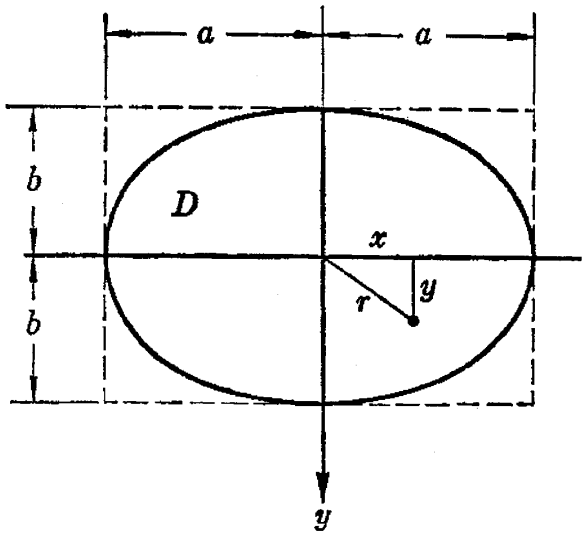


図8　楕円形の載荷板の座標系

$$\sigma(x,y)=\frac{P}{2\pi ab\sqrt{1-\left(\frac{x}{a}\right)^2-\left(\frac{y}{b}\right)^2}} \tag{3}$$

この式から分かるように，鉛直方向の応力である接地圧は弾性係数などの材料定数によらず a，b の形状から決まる。ここで円形載荷板については $a=b=R$（半径）及び $x^2+y^2=r^2$ より式(4)となる。

$$\sigma(r)=\frac{P}{2\pi R^2\sqrt{\left[\frac{1}{R^2}\right](R^2-r^2)}}=\frac{P}{2\pi R\sqrt{R^2-r^2}} \tag{4}$$

この(4)式を用いて載荷荷重 1 kN，載荷板半径 15 cm における接地圧の分布を図 9 に示す。この結果から載荷によって載荷板端部には大きな応力集中が発生していることがわかる。

次に式(5)に示すように載荷板の応力を全て積分すると載荷荷重 P になることを検証する。

$$\int\sigma\int(r)dA=P \tag{5}$$

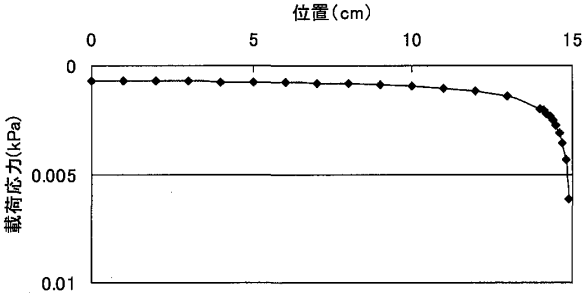


図 9　Boussinesq の理論式の結果

ここで $dA=rd\theta dr$ であることから次式(6)の関係が成り立つ。

$$\iint\sigma(r)dA=\int_0^{2\pi}\int_0^R\frac{P}{2\pi R\sqrt{R^2-r^2}}rdrd\theta \tag{6}$$

次に $r=R\sin\psi$ とおくと積分領域は 0 ～R が 0 ～$\pi/2$ となり 1 回目の積分は次式(7)のようになる。

$$\int_0^R\frac{P}{2\pi R\sqrt{R^2-r^2}}rdr=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{PR^2\sin\psi\cos\psi}{2\pi R^2\sqrt{1-\sin^2\psi}}d\psi=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{P}{2\pi}\sin\psi d\psi=\frac{P}{2\pi} \tag{7}$$

この結果を用いて 2 回目の積分を行った結果，式(8)より載荷荷重 P を得る。

$$\int_0^{2\pi}\frac{P}{2\pi}d\theta=P \tag{8}$$

このように地盤を弾性体と仮定して載荷面表面に作用する応力の妥当性を確認できたが，次に地盤内の応力について考察する。

Boussinesq は集中荷重Qが作用する場合に載荷点からの円筒座標系（図 10）により距離 r 深さ Z の地点での地盤内応力を式(9)のように導いている[9]。

$$\sigma_z=\frac{3Qz^3}{2\pi r^5} \tag{9}$$

一方，エゴロフはBoussinesqの導いた式を敷衍して円形板の中央部に荷重Pが作用する（図11）地盤内応力を式(10)のように導いている[4)]。

$$\sigma_z=\frac{P}{2\pi R^2}\frac{\left(\frac{z}{R}\right)^3}{(AB)^3}[4B^2(B^2+1)-A(B^2-1)] \tag{10}$$

なお

$$A^2=\left[\left(\frac{z}{R}\right)^2+\left(\frac{r}{R}\right)^2-1\right]^2+4\left(\frac{z}{R}\right)^2$$

$$2B^2=\left(\frac{z}{R}\right)^2+\left(\frac{r}{R}\right)-1+A$$

とする。

ここに

$A\cdot B$＝荷重を受けた載荷板の底面の状態を表す係数

R＝載荷板半径（m）

z＝深さ（m）

r＝直下からの距離（m）

P＝荷重（kN）

σ_z＝地盤内応力（kPa）

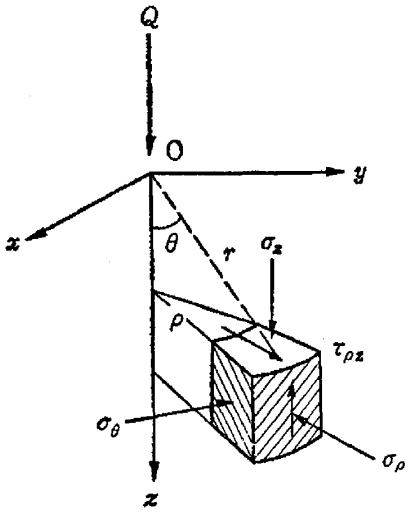


図10　円筒座標系

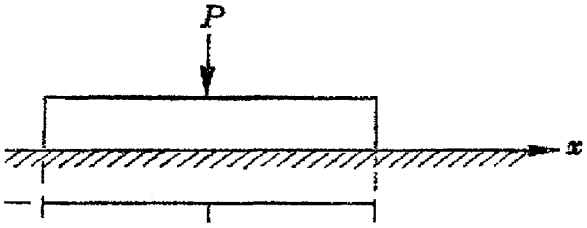


図11　円形板中央部に載荷

ここでBoussinesqの導いた式(9)とエトロフの導いた式(10)との整合性について検討する。この条件として，載荷点直下でかつz＝0の近傍で円形板の半径Rを無限小にしたときの式(10)が集中荷重の式である式(9)とどの程度近似しているかを論じることとする。

Rが無限小でzが0近傍であることから，R＝r，z/R＝1として取り扱う。また載荷荷重を1とする。

この結果は次のようになった。

$$A^2=5$$
$$B^2=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

この結果を式(10)に代入すると式(11)が得られる。また式(9)を変形すると式(12)が得られる。

$$\sigma_z=\frac{0.68}{2\pi R^2} \tag{11}$$

$$\sigma_z=\frac{3z^3}{2\pi r^5}=\frac{3\left(\frac{z}{r}\right)^3}{2\pi r^2}=\frac{3}{2\pi R^2} \tag{12}$$

式(11)と式(12)で分子を比較すると係数が 0.68 と 3 と差があるものの分母は共通であり R が無限小になるに従いほぼ同じように発散する。

以上からエトロフの導いた式は Boussinesq の導いた式から敷衍したものと推定される。

また，エゴロフの解は図に示されている(図 12)。この図から半径 15 cm の載荷板では平均の接地圧の 0.2 倍の範囲は載荷点直下で深さ約 36 cm（＝15 cm×2.4）であることがわかる。

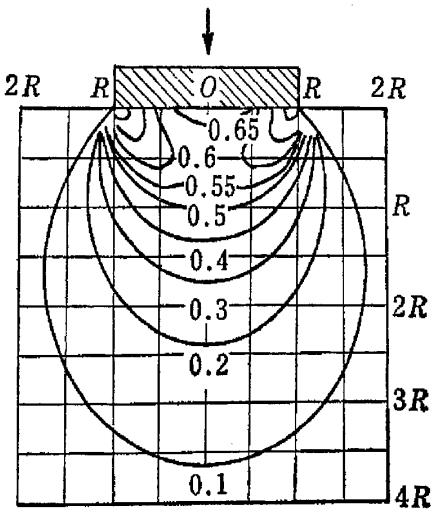


図 12　エゴロフの解

4　FEM 解析

本研究は董の開発した粘弾性モデルによる FEM プログラムである[10]。入力条件として動的解析を採用した。このプログラムの条件は次のとおりである。

1）地盤

・弾性係数　200 kgf/cm²　　・ポアソン比　0.3

・減衰係数　310　　・密度 17 N/cm³

2）載荷板

・弾性係数　2140 kgf/cm²　　・ポアソン比　0.25

・減衰係数　10　　・密度 80 N/cm³

5　試　　験

(1)　試験条件

自然地盤内に均一な地盤を構成するために土槽用の穴を 1.5 m×1.5 m×0.7 m の形状で掘削し，粘性土を投入し，締め固めて深さ 0.5 m の底部層を作成する。振動コンパクターによって締固めを行う。載荷は地盤や路盤の支持剛性に直接関係のある動的載荷では小型 FWD，静的載荷では平板載荷装置を用いる。土圧計を深さ 10 cm ごとに設置し，動的載荷と静的載荷時のそれぞれの地盤内鉛直圧力を載荷位置からの水平距離（x）と深さ（z）の関係で求め，応力コンター図を作成する。

(2) 地盤内応力の測定方法

土圧計を用いて深さ10，20，30，40，50各cmの鉛直方向の土圧を測定することにした。均一な材料で締固めによって密度を管理する方法を確立するために試行錯誤を重ねたが，検討した主な方法は次の通りであり，問題となった点も付記する。

ア）載荷点から鉛直方向に深さ10 cmごとに土圧計を設置し，載荷するときの土圧を測定する方法。この方法では深さの浅い土圧計の剛性の影響などがそのまま下部の土圧計に影響を与える可能性がある。

イ）土圧計を底部に設置し地盤の厚さを10 cm増すごとに載荷して土圧を測定する方法。この方法では，層厚の増加を段階的に行うため土圧計を設置した地盤と同等で均一な地盤を施工することが難しい。

以上の点から，鉛直方向の載荷によって上部の土圧計が下部の土圧計の与える影響を少なくすることと均一な地盤を作成しやすい方法として，図13に示す方法を採用することとした。この方法は直径20 cmの円形土圧計を20 cm間隔で階段上に設置し，各土圧計上に載荷する試験で，載荷の順序はstep1～step6まで6回位置を変えて載荷し，そのつど土圧と加速度を求めるものである(図11)。

これにより求まる載荷点中心からの距離（x）と深さ（z）における鉛直土圧をstepごとにまとめた(表1)。ここでSi(i=1～6)とはstepi(i=1～6)によって定まる土圧を意味している。この結果を左右対称と仮定して載荷点から水平距離で－60 cm～＋60 cm，深さ50 cmまでの土圧を網羅できる。なお複数の測定結果は平均して代表値とした。

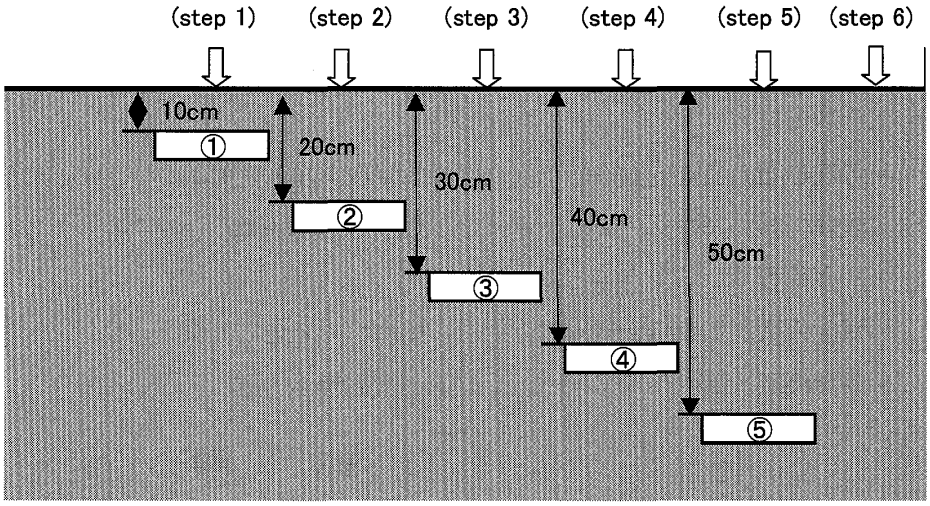


図13　土圧計の設置位置と載荷の順序

表1　土圧の測定条件

深さ(cm) ＼ 位置(cm)	0	204	0	60	80	100
10	S 1	S 2	S 3	S 4	S 5	S 6
20	S 2	S 1，S 3	S 4	S 5	S 6	
30	S 3	S 2，S 4	S 1，S 5	S 6		
40	S 4	S 3，S 5	S 2，S 6	S 1		
50	S 5	S 4，S 6	S 3	S 2	S 1	

(3) 試験

1）試験内容

2006 年 11 月 27 日（月）10 時～23 時において日本貨物鉄道㈱札幌貨物ターミナル内材料置場付近で試験を実施した。この場所は予備試験（平成 18 年 10 月 19 日（木））を行った際に土槽用の穴を 1.5 m×1.5 m×0.6 m の形状で掘削していた。当該の自然地盤は砂質シルトであった。最初に粘性土を投入し，締め固めて深さ 0.5 m の底部層を作成した（図 14）。このときの湿潤密度は

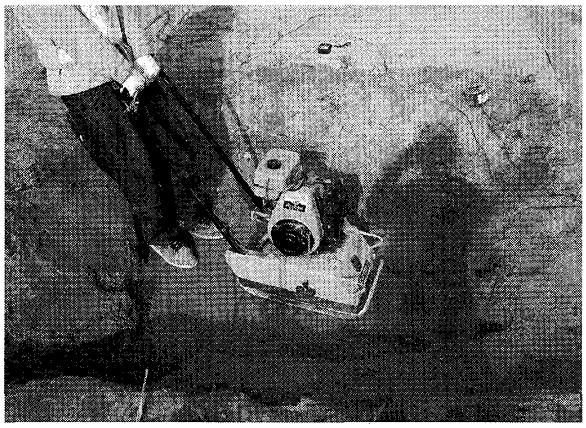


図 14　締固めコンパクター

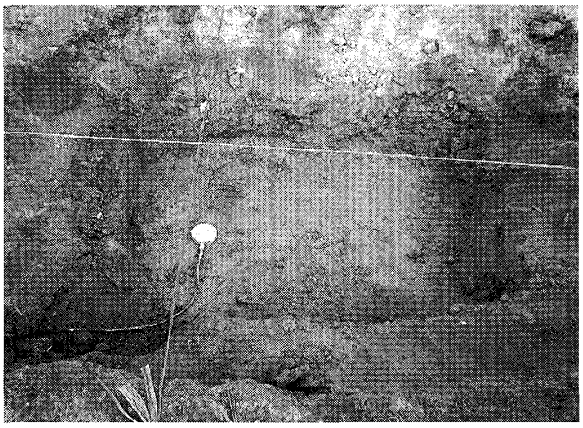


図 15　土圧計の設置

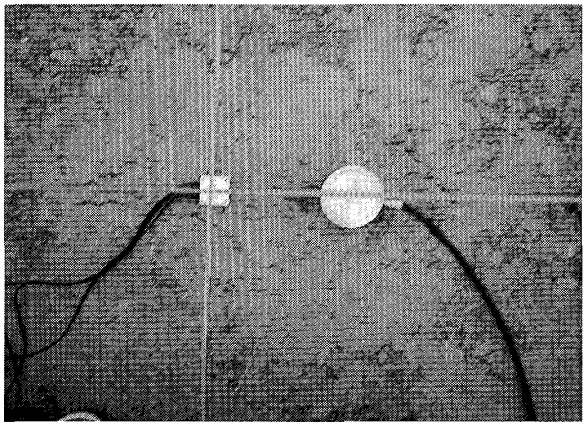


図 16　加速度計の設置

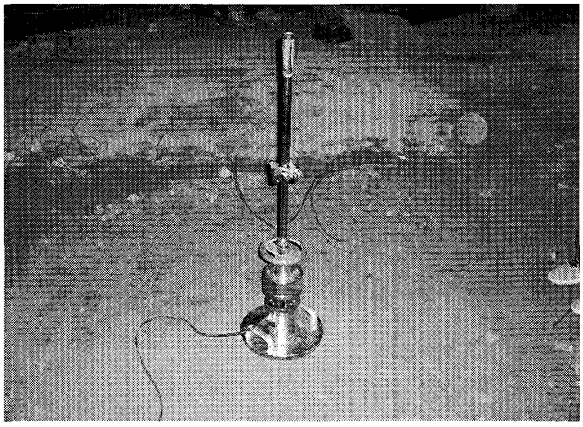


図 17　小型 FWD

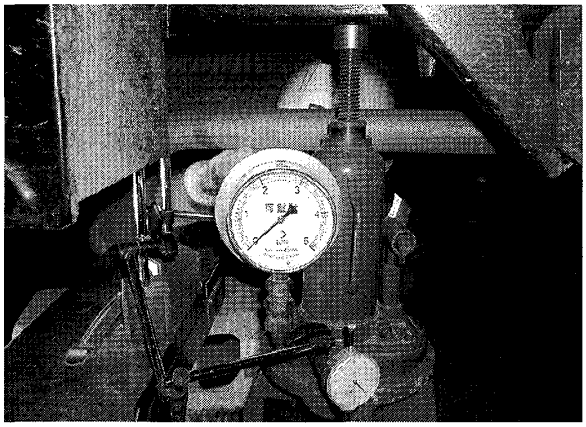


図 18　平板載荷装置

1.66 g/cm³であり，含水比は25%であった。粒度試験の結果，粘土分19%，シルト分が81%でシルト質ロームに分類される土であった。小型FWDを用いてK_{30}値を求めたのち土圧計を設置した（図15）。また深さ20 cmと30 cmの層では土圧計から30 cm離した位置で加速度計を設置した（図16）。載荷は小型FWD（図17）と平板載荷装置を用いた。平板載荷装置の反力を支持するため大型トラックの後部車軸付近の梁にセットした（図18）。

ここで試験装置の概要を表2に示す。

また，載荷装置では動的載荷装置である小型FWDは最大載荷荷重が100 kNであり静的載荷装置である平板載荷装置は最大載荷荷重が50 kNである。

2）試験結果

今回の試験においては小型FWDの動的載荷による鉛直土圧を測定し，その後平板載荷装置を用いて静的載荷による鉛直土圧を測定した。その結果荷重が最大のときのたわみは図のようになった。

この結果から，小型FWDと平板載荷の載荷荷重は4100 Nの5%以内で包含されるのでほぼ4100 N近傍の載荷と見なせる。一方たわみは小型FWDで平均1.1 mmに対し平板載荷は0.7 mmと小さい値であった。本論文の第1章のK値について示したように$\gamma=1$で粘性土では一般的の動的載荷とは静的載荷はほぼ同じ剛性を示す傾向にあることと考慮すると図19の結果は小型FWDによる締固めの影響があることが推測される。

小型FWDによって動的に4.2 kNを載荷し，測定された鉛直土圧の測定結果を表3に示す。

表2　土圧計と加速度計の概要

	形状	容量
土圧計	直径100 mm　厚さ20 mm	200 kPa
加速度計	一辺45 mm　厚さ22 mm	100 m/s²

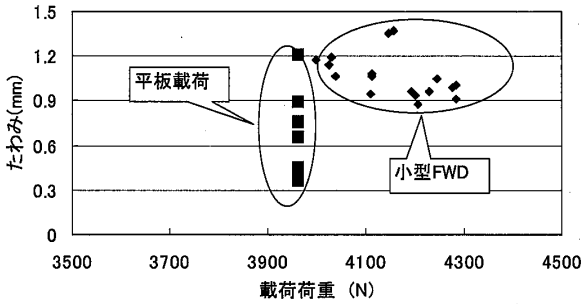


図19　載荷荷重とたわみ（小型FWD，平板載荷）

表3　鉛直応力測定結果（動的載荷）　(kPa)

深さ(cm) ＼ 位置(cm)	−60	−40	−20	0	20	40	60
10	0.51	0.88	17.89	53.34	17.89	0.88	0.51
20	1.00	1.96	15.37	34.57	15.37	1.96	1.00
30	1.52	2.68	10.67	26.47	10.67	2.68	1.52
40	1.42	2.68	8.42	13.16	8.42	2.68	1.42
50	1.47	3.37	7.27	11.23	7.27	3.37	1.47

表 4　鉛直応力測定結果（静的載荷）　(kPa)

深さ (cm) ＼ 位置 (cm)	−60	−40	−20	0	20	40	60
10	0.00	0.00	8.04	32.61	8.04	0.00	0.00
20	0.00	1.32	6.48	22.40	6.48	1.32	0.00
30	0.80	1.34	7.72	16.99	7.72	1.34	0.80
40	0.65	1.87	5.86	9.22	5.86	1.87	0.65
50	0.54	1.97	4.68	8.24	4.68	1.97	0.54

また，平板載荷装置によって静的に 3.9 kN を載荷し，測定された鉛直土圧の測定結果を表 4 に示す。

6　測定結果の検討

1）測定装置と弾性理論との比較

表 3 と表 4 において静的載荷荷重は動的荷重の 0.91 であるが，鉛直応力は載荷点直下で深さ 10 cm では静的載荷による鉛直応力は動的載荷の鉛直応力の 0.62 である。

これは小型 FWD の試験による締固めが地盤の剛性に影響し，その後に行った平板載荷を行った結果，平板載荷では全体に鉛直応力が小さくなったものと推定される。

そこで小型 FWD と平板載荷の結果を比較するために，載荷点直下の深さ 10 cm の鉛直応力と比で全体を無次元化して分析することとした。

図 20 は載荷点直下における深さ方向での測定結果と弾性理論との比較である。測定結果では深さ方向に小型 FWD と平板載荷装置とはほぼ同じ値を示している。また，エゴロフの理論解とこれらの試験結果ともよい一致が見られる。

一方，圧力コンター図を用いて深さ 10 cm 以上の位置における実験値と FEM 解析の結果を比較する。図 21 は土圧計による測定結果であり，図 22 は FEM の解析結果である。この図から，両方の図ともほとんど同じであり，図 20 と同様に現場の状況を FEM 解析でも推定できることが確認できる。

次に静的載荷における実験値と FEM 解析結果を比較する。図 23 は平板載荷による測定であり，図 24 は FEM の結果である。これらの比較においても両者をよく一致している。

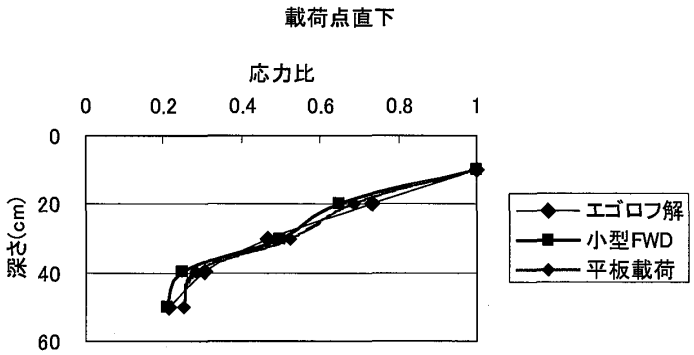


図 20　測定結果と弾性理論と比較

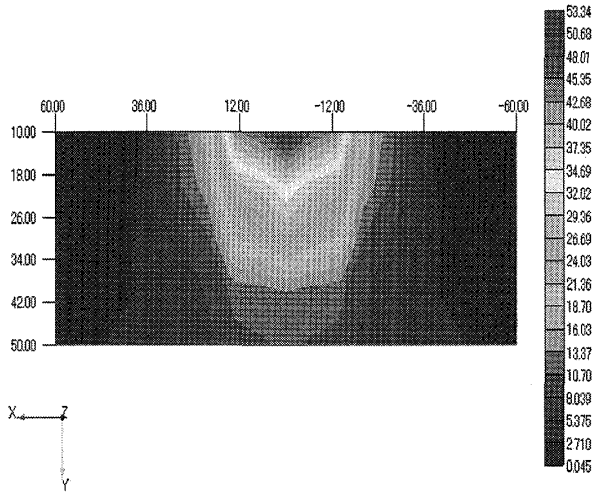


図21　土圧計による測定結果（FWD）

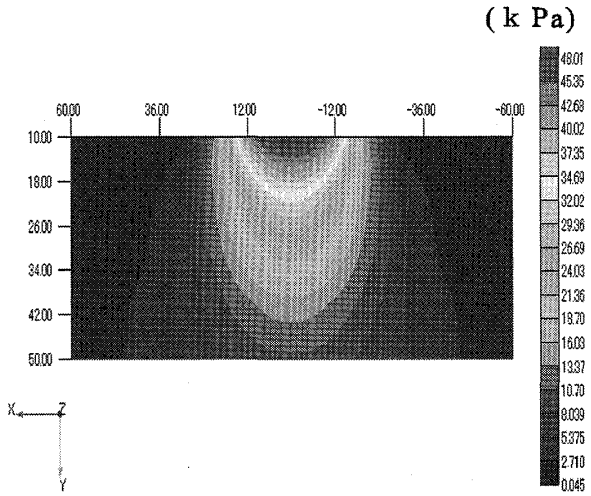


図22　FEM解析結果（動的）

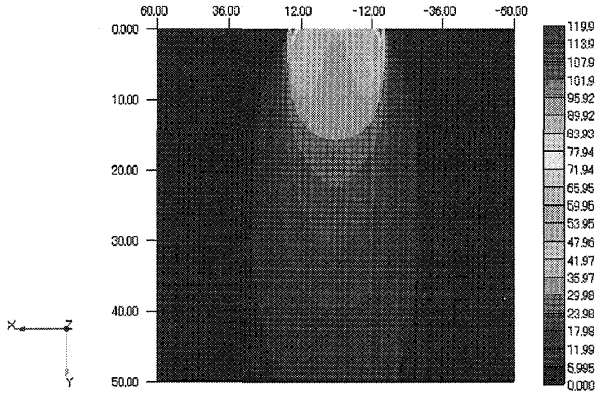


図23　土圧計の測定結果（平板載荷）

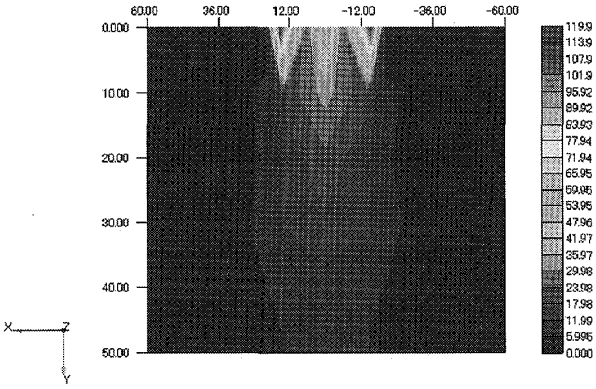


図24　FEM解析結果（静的）

7　ま　と　め

本研究では粘性土の一種と見なせるシルト質ローム路盤において動的載荷と静的載荷について地盤や路盤の支持剛性に直接関係のある鉛直方向の地盤内応力を実験と弾性論およびFEM解析によって比較した。その結果これらは良く一致することが確認された。今後は砂やレキなどの路盤材料のついて同様な試験を行い，それぞれの支持剛性の特性を検討していく予定である。

参考文献

1）土木学会舗装工学委員会：FWDおよび小型FWD運用の手引き，土木学会舗装工学ライブラリー2　2002.12
2）赤井浩一ら：フローリンの土質力学　第Ⅰ巻　1969.9　pp 324
3）石丸靖丸訳：チェボタリオフの土質工学　上巻　1957.7　pp 214-215
4）西尾伸也ら：二次元圧力センサーを用いた模型地盤内圧力分布の測定，土木学会第54回年次学術講演会，1999.9　pp 472-473

5）石丸靖丸訳：チェボタリオフの土質工学　上巻　1957.7　p 218
6）高田直俊ら：重錘落下締固め工法の現場実験と遠心模型実験，土木学会論文集 No.469／III，1993.6 pp 127-134
7）渡辺啓行ら：動的地盤係数の測定，土木学会論文集 178，1970.8　pp 41-52
8）赤井浩一ら：フローリンの土質力学　第Ⅰ巻　1969.9　pp 324-343
9）山口柏樹：土質力学 1984.2　pp 331-333
10）董勤喜ら：動的荷重を受ける粘弾性多層構造の有限解析，土木学会舗装工学論文集 vol 8，2003.12