

タイトル	離散ウェーブレット解析を用いた復元波形に関する検討
著者	上浦，正樹
引用	北海学園大学学園論集，137：25-32
発行日	2008-09-25

離散ウェーブレット解析を用いた 復元波形に関する検討

上 浦 正 樹

1. はじめに

わが国では軌道狂いの検出方法として差分法の一つである 10 m 正矢法が主に使用され、現在に至っている。この方法は波長によって異なる利得（ゲイン）を持つフィルタを通して測定するものであるが、これにより測定された軌道狂いの著大値あるいは軌道狂いの大きさの頻度分布などは軌道保守の管理計画に利用されている。一方で、10 m 正矢法で検出する車両は 3 台車構造の特殊車両であり、高速走行に限界があることにより、2 台車構造の検出車が開発され、2.5 m, 17.5 m 弦偏心矢法を用いた検出結果から 10 m 弦正矢法へ変換する方法が確立されている¹⁾。10 m 正矢法は線路保守の重要なツールとして利用されデータが蓄積されてきているが、近年、列車の高速化に伴い車両動揺が長波長の軌道狂いに影響を受けることが明らかになると、10 m 正矢法は真の軌道狂い波形ではないことから、真の軌道狂い波形に近い波形を得ることが必要となってきた。そこで検出データの精度を考慮し加えて車両動揺に影響の少ない長波長成分を除くことで約 100 m 以下の波長成分を対象に軌道狂いの復元波形を算出するマイクロ Labocs 法が開発されている。以下この方法で復元した波形を Labocs 波形とする。また、近年になって軌道狂いの検出データが数多く蓄積され、これらのデータを活用して軌道の状態監視を充実する傾向が強まっているが、この場合には 10 m 正矢法よりも現場の軌道線形に近い復元波形を活用する試みが行われている。このように Labocs 波形の適用事例は一般区間の線形に関するものである。一方、駅構内においても分岐器が介在する急曲線などにおいて脱線の原因究明やレールの異常摩耗の検討、車両動揺によるコンテナ内荷傷み発生個所の特定などで復元波形を活用するニーズもある。

マイクロ Labocs 法を構成する理論では、「座標系を定義する前提で、軌道狂い原波形を入力、検出波形を出力と考える一つのシステムとみなすと、このシステムは重ね合わせの原理がなりたつ線形システムとなる。従ってその周波数特性を考えることができる。」²⁾としている。ここで、線形システムが成り立つ要件としては、線形性と定常性の 2 項目の条件を満足しなければならない。しかし、軌道狂いのようなランダムな波形形態を示すケースで、線形システムが成り立つ条件でマイクロ Labocs 法がどの程度の精度を確保できるかが明らかではない。そこで、本研究では通り狂いについて比較的周期的な波形が見られる一般区間と周期性があまり見られない分岐器区間に

において空間周波数帯域に区分することのできるウェーブレット解析を用いて波形を分解し、復元波形の再現性について検討することとした。ここで、現場の線形に表れる軌道の狂いを軌道狂い原波形としその狂いを絶対通り狂い波形とする。また、検測波形は10 m 弦正矢波形、復元波形として演算処理をして得られる波形でマイクロ Labocs 法を用いた Labocs 波形とウェーブレット解析で得られた復元ウェーブレット波形とする。

2. 線形システムの検討

10 m 弦正矢法で検測される波形 $y(\epsilon)$ と軌道の絶対波形 $z(\epsilon)$ の間には次の関係が成り立つ。

$$y(\epsilon) = -\frac{1}{2}((z(\epsilon+5) - z(\epsilon)) - (z(\epsilon) - z(\epsilon-5)))$$

この式の両辺のフーリエ変換により式(1)が導ける。

$$Y(\omega) = \left(1 - \frac{e^{-j\omega l} + e^{j\omega l}}{2}\right) \cdot Z(\omega) \quad (1)$$

これから測定系の周波数応答特性は次式で表現できる。

$$H(\omega) = \frac{Z(\omega)}{X(\omega)} = 1 - \cos \omega l \quad (2)$$

式(2)をフーリエ変換することでインパルス応答が得られえ。10 m 弦正矢波形である検測波形はこの周波数応答特性の式に絶対波形の値を個々に掛け合わせることで得られたが、デジタル逆フィルタ理論に基づき、逆に10 m 弦正矢波形にインパルス応答を掛け合わせることで絶対波形を推定しようとする方法が考案された。この方法では、推定する絶対波形を復元波形と呼び、10 m 弦正矢波形である検測波形 $y(n)$ 、復元波形 $x(n)$ とするとインパルス応答を示すデジタル逆フィルタ $g(n)$ を用いて復元波形を推定している (式(3))。

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} g(k) \cdot y(n-k) \quad (3)$$

式(3)では線形性が保証されている前提で重ね合わせが可能である。この原理を説明するとインパルス応答特性は0～99.5 m 間に0.5 m 間隔で $N=199$ 個の倍率データが示される。位置 $x=50$ m での復元値を求めるにはインパルス応答の各値と10 m 弦正矢波形の0～99.5 m 間の検測データを同一位置で個々に掛け合わせ、重ね合わせの原理で足し合わせて求める。以上の手順で位置をサンプリング間隔にあわせて移動し、その都度復元値を求めることで復元波形が得られる。ここで検測波形 $y(n)$ の定常性が保障されないとき絶対波形 $X(n)$ と復元波形 $x(n)$ に誤差が生じる。

軌道狂い原波形から軌道狂い波形を検測するシステムについて、マイクロ Labocs 法を構成する理論では、重ね合わせの原理がなりたつ線形システムを前提としている。ここで、線形システムが成り立つ要件としては、線形性と定常性の2項目の条件を満足しなければならない³⁾。1 番目

の「線形性」については、軌道狂い波形では、実空間を対象であるのでこの条件を満たしている。しかし、2番目の「定常性」ではさらに深い検討が必要である。一般に、任意の位置で分布が変わらない場合を強定常性と呼ぶ⁴⁾。加えて、自己相関関数 $y(x)$ 及び $y_1=y(x)$ と $y_2=y(x+\tau)$ において、遅れを示すラグ τ を用い x によらず τ のみで $y_1=y_2$ がなりたつ場合を弱定常性で広い意味で定常である⁵⁾。さらに、弱定常では平均値と分散関数が位置の変化に対して不変であることが必要である。また、通り狂い波形と高低狂い波形は復元波形の演算処理では同等に扱えるが、定常性ではエルゴード性を満足している。

3. ウェーブレット解析の導入

(1) 離散ウェーブレットと定常性

10 m 弦正矢波形について、平均値と分散関数が位置の変化に対して不変であることを示すことができる、広義の定常となる。直線区間にあっては 10 m 正矢弦正矢波形で通り狂いの平均値はほぼ 0 であり、一定値と見なすことができる、短い区間で短曲線がある場合では通り狂いの平均値が 0 であるといえない。一方、範囲を拡大すれば分散関数が一定の傾向を示す⁶⁾ が範囲を限定するとこの傾向は現われない。しかし、離散ウェーブレット解析をデジタルフィルタに用いる方法では波長 100 m 間の 7 段階に区分するために短い区間で短曲線がある場合でも、平均値と分散関数は一定になる確率が高くなる。よって弱定常性を満足する可能性が軌道狂い波形のみを用いる場合よりも高くなる。

(2) 離散ウェーブレット関数の選定

波形の特性によって離散ウェーブレットの種類を決定する必要がある。ウェーブレットにはスケール関数とウェーブレット関数の 2 種類の直交基底関数から構成される。フーリエ級数は $\sin$ 関数と $\cosine$ 関数の 2 種類の直交基底関数を有しており、解析対象となる波形を基底関数の線形結合で表現するが、ウェーブレットでも同様である⁷⁾。一方、解析対象の波形で生ずる局所的な変動でフーリエ級数ではその係数に全て影響を受ける。しかし、ウェーブレット関数ではサポートと称する影響を受ける範囲を限定することができる。このことからウェーブレットは局所的な変化や不連続点をもつ関数の表現に有効である。また、ウェーブレットの基底関数はサポートが有限でかつ近似関数が滑らかであることが重要である。

代表的な離散ウェーブレットとして 1909 年に Harr によって示された Harr ウェーブレットがある。当時はまだウェーブレットの概念が存在しなかったので、サポートが有限であることのみを満足していた。1988 年に開発された Daubechies ウェーブレットではサポートが有限でかつ近似関数が滑らかな条件を満たし、滑らかさが増すにつれてサポート長が広がる特徴がある。しかし、このウェーブレットは対称な関数でないことから、この点を改良されたものが Symlet ウェーブレットである（1992 年）。

ウェーブレットを選択するうえで軌道狂い波形は概ね半波長では左右対称と見なすことができるので Symlet ウェーブレットが適している。本研究では後述する対象となる軌道狂い原波形をウェーブレット解析によって成分ごとに分解し、これを再構成した波形と絶対線形の波形とのコヒーレンスを求め1を確保できるものを選択することとした。その結果 symlet 8 を用いることとした。離散ウェーブレットの算出には Matlab のツールボックスを使用した。離散ウェーブレットによって軌道狂い波形を波長が (1 m ~ 2 m) から (64 m ~ 128 m) までのバンド幅を2の倍数に拡大する7段階に分解し、残りの波長 128 m を分離する。次に帯域ごとにマイクロ Labocs 法の復元方法により復元波形を作成し、これを重ね合わせて復元波形とする。この結果、波長が 128 m 以下での復元波形を推定したことになる。

(3) 連続ウェーブレットを用いた周波数特定手法の開発

駅構内などの短区間の急曲線が連続する区間の復元波形の作成では波長が短い範囲でも復元フィルタを作成する必要がある。この波長帯域を 2 m 以上とすると復元フィルタの不連続箇所が波長 2.5 m, 5 m で発生する。よって 5 m 以上, 2.5 m ~ 5 m, 2.5 m 以下の3区間ではそれぞれ異なる復元フィルタを用いるが、復元フィルタの不連続箇所が離散ウェーブレットのランク d2 と d3 の範囲内に入るために離散ウェーブレットのランクに加えて復元フィルタの種類を定めるために卓越する周波数を厳密に推定する必要がある。そこで、本研究では連続ウェーブレットを用いて周波数特定手法を開発した。

4. 復元の方法

(1) 離散ウェーブレットによる復元方法

10 m 弦正矢法で得られた波形を畳込み積分を用いて逆フィルタのインパルス応答であるフィルタ係数により復元波形が得られる。これを Labocs 処理とする。ここで離散ウェーブレットではある波形を帯域ごとに分解した成分を再構成することで元の波形に戻すことができるので、分解した成分を 10 m 弦正矢法で得られた波形として Labocs 処理をすることで帯域ごとに復元した波形と見なすことができる。従って線形性が成り立つことから帯域ごとに復元した波形を再構成することで元の波形の復元波形になる。この手順を復元手順として図1に示す。

(2) 多積法の導入

分岐器区間では離散ウェーブレットによる波長帯域の分解だけでは十分な精度が得られないので、更に波長が短い d2 と d3 の各帯域も加える。この場合に d2 波長帯域内 (2.0 m ~ 4.0 m) に 10 m 正矢法のフィルタによる重み関数が不連続となる波長 2.5 m があるのでこの波長によって分割される領域を d21 と d22 へと細分化する。同様に d3 波長帯域内 (4.0 m ~ 8.0 m) で不連続となる波長 5.0 m によって分割される領域を d31 と d32 とする。検測波形を離散ウェーブレッ

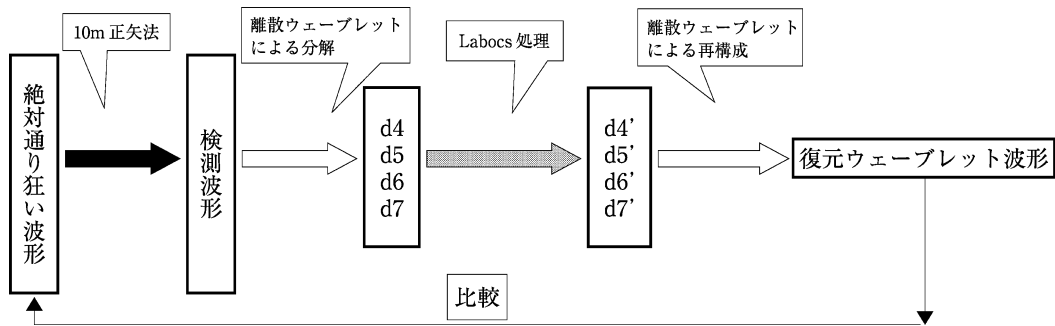


図1 復元手順

トにより分解した $d2$ や $d3$ の各帯域では更に細分化するために多積法を導入し波長帯域を確定する。以上の操作によって対象の検測波形を離散ウェーブレット解析で $d2 \sim d7$ まで分解し、波長帯域で $2 \text{ m} \sim 128 \text{ m}$ 分を抽出する。これらの分解された成分に対して Labocs 処理を行い、帯域ごとの復元波形を求める。これらを再構成することで修正復元ウェーブレット波形を作成する。以上の結果と絶対通り狂い波形のうち波長成分が 128 m 以上の成分を取り除いたものと比較する。

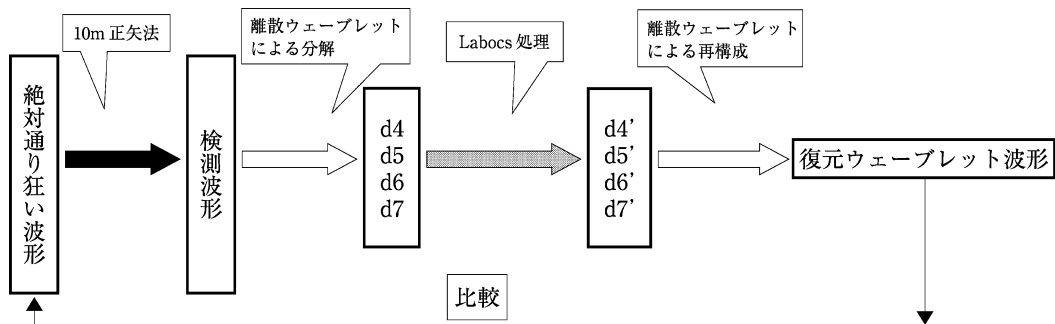


図2 復元の手順（修正復元手順）

5. 復元波形の検討

(1) 絶対線形の測定

隅田川駅構内下り本線で一般区間 350 m と分岐器 3 組を含む分岐器区間 150 m を対象として、 10 m 弦を用いて 0.5 m ピッチで右レールの通り狂い測定を行い、 5 m 間送りで継続して測定した。この間送り法によって同一点で 2 データを得ることになるので、基準軸に対する以上の 1000 測点における極座標系 (r, θ) を定めた。また、始点から 100 m ごとにトラバース測量を行い、

駅構内の構造物の位置関係から基準軸の方向を定めた。以上にに基づき縮尺 1/500 の駅構内図を用いて解析対象となっている線形的位置を確認したところ、誤差は最大 1 % 以内であった。

(2) 定常性の検討

復元波形の作成においてマイクロ Labocs 法で採用している周波数サンプリング法では 10 m 弦正矢波形が定常性であることを前提としている。実際の通り狂い波形に関して、10 m 弦正矢波形とこれを離散ウェーブレット解析して波長帯域ごとに分解した波形について定常性を検討するためにそれぞれの波形で自己相関係数を求めた。一般区間で、起点方から 100 m の地点を基準に 200 m までの自己相関係数を求めたものである。同様に分岐器区間で起点方から 50 m の地点を基準に 150 m まで自己相関係数を求めたものである。ここで離散ウェーブレット解析では 7 段階 (d1~d7) までであるが全体の傾向が同じであるが、10 m 弦の帯域を含む d4 (8 m~16 m) を示す。この結果から一般区間ではウェーブレット解析による波形は 10 m 弦正矢波形よりも周期性が認められ、より定常性に近いことがわかる。また、分岐器区間では一般区間に比べ周期性の傾向は比較的弱い傾向にあるもののウェーブレット解析に周期性が認められる。

6. 解析結果

一般区間では 200 m 付近まではほぼ直線の半径 2500 m の曲線であり 350 m 付近まで半径 370 m の急曲線である。また、分岐器区間は 350 m から半径 370 m に連続した分岐器 3 台を含んでいる。絶対通り狂い波形を離散ウェーブレット解析し各波長帯域に分離した成分のうち、波長が 128 m 以上の成分はほぼ直線とみなして復元波形の対象とはならないことから、これを取り除くこととした。

(1) 復元手順

対象の区間のうち 0~200 m では半径 2500 m であり、Labocs 復元波形では端部の影響により 0 m~50 m 付近まで絶対通り狂い波形と乖離しているが、直線区間と見なされる区間 200 m までは、ほぼ一致する傾向が見られる。しかし、半径 370 m の 150 m 程度の短い急曲線ではあまり一致する傾向が見られない。一方、復元ウェーブレット波形では、全体に一致する傾向が見られる。また、波長帯域で比較するために絶対通り狂い波形に対する復元ウェーブレット波形のコヒーレンスおよび絶対通り狂い波形に対する Labocs 復元波形のコヒーレンスを求めてみた。波長が 20 m 以上では復元ウェーブレットではほぼ 1 を確保できるが、Labocs 復元波形では 0.9 程度であった。また、波長 10 m~20 m ではほぼ同じような値で 0.6~0.85 の範囲にあった。それ以下では復元ウェーブレット波形が 0.8 以上に対して Labocs 復元波形は 0.6~1.0 の間であった。また復元手順では d4 以上であるので波長 8 m 以上が対象であるが、それ以下の波長はノイズの影響と判断できる。

対象区間で半径 370 m の急曲線では、波長が 10 m 以上では復元ウェーブレット波形のコヒーレンスがほぼ 1 であり、絶対通り狂い波形に非常に近いことがわかる。一方、Labocs 復元波形ではコヒーレンスが 0.4~0.8 であり、絶対通り狂い波形との比較でも明らかなような一致していない。

(2) 修正復元手順

分岐器区間では Labocs 復元波形は絶対通り狂い波形との相関があまり見られないことから Labocs 復元波形について検討を進めた。離散ウェーブレットにおいて復元手順で示した d4 以上の波長を対象としたケースと更にそれ以下の短い波長を対象にした修正復元手順を用いたケースを比較する。対象の現場は絶対通り狂い波形から 3 台の分岐器が連続して敷設されている個所で方位の狂いは発生して大幅な狂いが発生していることが分かる。これに対して復元手順で示したケースでは細かい点で一致しない傾向が見られるが、修正復元手順を用いたケースではこの点が補正されている。この一致度をコヒーレンスによる波長について検討する。d4 に相当する波長帯域が 8 m 以上ではコヒーレンスが 1 でありよく一致している。d3 に相当する 4 m~8 m では、波長 4 m 付近で修正ウェーブレット波形がコヒーレンス 0.6 とかなり精度が落ちる。しかしそれよりも短波長では修正ウェーブレット波形の方がコヒーレンスの値が 1 に近くなることが明らかになった。以上から、修正ウェーブレット波形によって精度が向上することが明らかになった。

7. 結 論

以上によって明らかになった点は次の通りである。

1. マイクロ Labocs 法を構成する理論で前提となっている重ね合わせの原理について考察し、線形システムを前提としていることを明らかにした。その線形システムが成り立つ要件として線形性と定常性の 2 項目の条件を満足しなければならないことに言及した。軌道狂い波形での定常性を確認する手法として自己相関関数を導入することとした。
2. 離散ウェーブレット解析を用いて帯域ごとに軌道狂い波形を分解することで各帯域での定常性を向上し、この波形にマイクロ Labocs 法を用いることで復元波形の精度を向上する方法を確立した。この解析結果に対して各位置での自己相関関数によって精度が向上していることを確認することとした。分岐器等の急曲線では離散ウェーブレット解析の波長帯域を 4 m までの波長を用いて修正復元としてさらに短波長の復元波形を用いることとした。
3. これらの手法を現場の絶対線形と比較において精度を確認した。ほぼ直線と見なせる半径 2500 m の絶対線形ではマイクロ Labocs 波形と復元波形とも良好な復元波形が得られた。しかし半径 370 m の急曲線において復元ウェーブレット波形の精度は高いが、マイクロ Labocs 波形では自己相関係数、コヒーレンスともは復元ウェーブレット波形よりも小さく精度が低いことが明らかになった。また、分岐器区間では修正復元ウェーブレット波形がかなりの精度が確

保できることが認められた。

参考文献

- 1) 偏心矢法による軌道狂い検出法 竹下邦夫：RTRI, REPORT Vol.4, No.10 1990, pp 18-24
- 2) 軌道狂い原波形の復元に関する理論的基礎の確立とその応用 吉村彰芳：鉄道技術研究報告, N 1336, 1987, pp 33-39
- 3) 時系列解析入門 北川源四郎：岩波書店, 2005, pp 13-17
- 4) 計数・測定＝ランダムデータ処理の理論と応用 得丸英勝, 添田喬, 中溝高好, 秋月影雄：培風館, 1982, pp 36-39
- 5) 信号処理の基礎と応用 添田喬, 中溝高好, 大松繁：日新出版, 1979, pp 67-69
- 6) スペクトル解析 日野幹雄：朝倉書店, 1977, pp 25-51
- 7) ウェーブレット変換とその応用 前田肇, 佐野昭, 貴家仁志：朝倉書店, 2001, pp 54-57