HOKUGA 北海学園学術情報リポジトリ

学校法人北海学園 北 海 学 園 大 学 北 海 斎 科 大 学

タイトル	モード展開法による3次元声道モデルにおける空気損 失	
著者	坂尻,勇人;元木,邦俊;SAKAJIRI,Hayato; MOTOKI,Kunitoshi	
引用	北海学園大学工学部研究報告(38): 86-99	
発行日	2011-02-14	

モード展開法による3次元声道モデルにおける空気損失

坂 尻 勇 人*・元 木 邦 俊*

Loss of Air in 3-Dimentional Vocal Tract Model with Mode Expansion Method

Hayato SAKAJIRI* and Kunitoshi MOTOKI*

要 旨

矩形音響管を用いた声道モデルへの損失の導入について報告する.まず,モード展開法 による音響管内部の音場表現について述べる.そして,粘性と熱伝導による損失や緩和吸 収による損失を考慮したモデルについて述べ,減衰特性や伝達特性などに与える影響につ いて報告する.

1. はじめに

筆者らは、音声生成モデルの高度化のために声道内部の音場解析を行っている.一般的な解 析手法として、声道の1次元モデルを用いて解析を行う方法があるが、近年では、MRI (Magnetic Resonance Imaging)データなどを基に3次元の声道モデルを構築し有限要素法 (FEM) などにより解析が行われている.FEMでは詳細な音場解析が行えるが、声道の3次元 モデル化や数値計算に時間がかかる.そこで、ある程度3次元声道の特徴を反映でき、かつ計 算が速いモデルとして、モード展開法を用いた声道モデルが提案されている¹¹.この手法で は、声道形状を矩形音響管の縦続接続によりモデル化し、モード展開法により声道内部の音場 を計算している.矩形管の壁は剛壁であるとし、声道内部を無損失であると仮定してモデル化 を行っていた.この場合、声道伝達特性には、高い周波数域で帯域幅の狭い極や零の発生が多 数見られた.音声生成モデルの高度化のためには、声道形状の3次元的効果を表現した上で、 声道内部の損失を考慮する必要があると考えられる.本稿では、粘性と熱伝導による空気損失 を考慮したモデルを提案し、声道モデルの伝達特性について報告する.また、これまで音声生

^{*} 北海学園大学大学院工学研究科電子情報工学専攻

^{*} Graduate School of Engineering (Electronics and Information Engineering), Hokkai-Gakuen University

成モデルであまり考慮されていなかった緩和吸収による損失の影響について報告する.

2. 矩形音響管を用いた声道モデル

2.1. 矩形音響管内部の3次元音場表現

図1に示すように*xyz* 直交座標を用いる. 矩形管は,管軸をz軸とし, x軸方向に L_x , y軸方向に L_y の長さを有し, z軸方向には十分長いものとする. 管壁は剛壁であるとする. 速度ポテンシャル $\phi(x, y, z)$,角周波数 ω とし,時間因子を $e^{i\omega t}$ とすると,管内部の音圧p(x, y, z),粒子速度v(x, y, z)に関する3次元の波動方程式は次のように書ける.

$$\nabla^2 \phi(x, y, z) + k^2 \phi(x, y, z) = 0 \tag{1}$$

$$p(x, y, z) = j\omega\rho\phi(x, y, z)$$
(2)

$$v(x, y, z) = -\nabla\phi(x, y, z) \tag{3}$$

ここで, $k = \frac{\omega}{c}$ は波長定数, cは音速, ρ は空気の密度, $\nabla = e_x \frac{\partial}{\partial x} + e_y \frac{\partial}{\partial y} + e_z \frac{\partial}{\partial z}$, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ であり e_x , e_y , e_z はx, y, z軸方向それぞれの単位ベクトルである. $\phi(x, y, z)$ を位置xyzに関して変数分離された関数 $\phi_1(x)$, $\phi_2(y)$, $\phi_3(z)$, の積で表すと,

$$\phi(x, y, z) = \phi_1(x)\phi_2(y)\phi_3(z)$$
(4)

と書ける. $\phi_1(x)\phi_2(y)\phi_3(z) \neq 0$ の場合,式(1)に代入すると,



$$\frac{1}{\phi_1(x)} \frac{d^2 \phi_1(x)}{dx^2} + \frac{1}{\phi_2(y)} \frac{d^2 \phi_2(y)}{dy^2} + \frac{1}{\phi_3(z)} \frac{d^2 \phi_3(z)}{dz^2} + k^2 = 0$$
(5)

となる. xについて整理すると,

$$\frac{1}{\phi_1(x)} \frac{d^2 \phi_1(x)}{dx^2} = -\frac{1}{\phi_2(y)} \frac{d^2 \phi_2(y)}{dy^2} - \frac{1}{\phi_3(z)} \frac{d^2 \phi_3(z)}{dz^2} - k^2$$
(6)

となり、右辺はxに関係のない項となるので、定数y2おくと、

$$\frac{d^2\phi_1(x)}{dx^2} - \gamma_x^2\phi_1(x) = 0$$
 (7)

となる.したがって, ax, bxを境界条件から定まる定数とすると,

$$\phi_1(x) = a_x e^{-\gamma_x x} + b_x e^{\gamma_x x} \tag{8}$$

となる. また, $\phi_2(y)$, $\phi_3(z)$ に関しても同様にして,

$$\phi_2(y) = a_y e^{-\gamma_y y} + b_y e^{\gamma_y y}$$
(9)

$$\phi_3(z) = a_z e^{-\gamma_z z} + b_z e^{\gamma_z z} \tag{10}$$

となる.これらを,式(1)に代入すると次の関係が得られる.

$$\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2 + k_2 = 0 \tag{11}$$

したがって, rzは,

$$\gamma_z = \sqrt{-(\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + k^2)} \tag{12}$$

と表せる.ここで,x方向の粒子速度は次のように表される.

$$v_{x}(x, y, z) = -\frac{\partial \phi(x, y, z)}{\partial x} = \gamma_{x}(a_{x}e^{-\gamma_{x}x} - b_{x}e^{\gamma_{x}x})\phi_{2}(y)\phi_{3}(z)$$
(13)

管壁は剛壁であるので、管壁上では管壁に対し垂直な方向の粒子速度は0である、境界条件よりx = 0で $v_x(0, y, z) = 0$ であるから、次のようになる、

$$\gamma_{x} (a_{x} - b_{x}) \phi_{2} (y) \phi_{3} (z) = 0$$
(14)

これよりax = bxとなり,次式が得られる.

$$\phi(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = 2a_x \cosh(\gamma_x \mathbf{x}) \phi_2(\mathbf{y}) \phi_3(\mathbf{z})$$
(15)

また、境界条件 $x = L_x$ で $v_x(L_x, y, z) = 0$ より次のようになる、

89

$$v_{x}(x, y, z) = -\frac{\partial \phi(x, y, z)}{\partial x}\Big|_{x=L_{x}} = -2a_{x}\gamma_{x}\sinh(\gamma_{x}L_{x})\phi_{2}(y)\phi_{3}(z) = 0$$
(16)

これより, $\sinh(\gamma_x L_x) = 0$ を満足しなければならないので, $\gamma_x = j \frac{m\pi}{L_x} (m = 0, 1, 2, \cdots) となる.$ 式(8) をx軸方向の伝搬と考えると, x方向の波長定数は $k_x = \frac{m\pi}{L_x}$ と書ける. 同様に v_y について行うと,

$$v_{y}(x, y, z) = -2a_{y}\gamma_{y}\sinh(\gamma_{y}L_{y})\phi_{1}(x)\phi_{3}(z)$$
(17)

$$\gamma_y = jk_y = j\frac{n\pi}{L_y} \ (n = 0, 1, 2, \cdots)$$
 (18)

が得られる. さらに, m, nに対応する72を72,mn書き直すと,

$$\gamma_{z,mn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2 - k^2}$$
(19)

と書ける. したがって, m, nに関して可能な和をとることにより $\phi(x, y, z)$ は次のように表せる.

$$\phi(x, y, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(a_{x,m} a_{y,n} \cos\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right) \phi_3(z) \right)$$
(20)

ここで、 $a_{x,m}$ 、 $b_{y,n}$ は各m、nに対して定まる定数 a_x 、 b_y 表す、 $\phi_{mn}(x, y) = \cos\left(\frac{m\pi}{L_x}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{L_y}y\right)$ とおくと上式は次のようにモード展開表現できる.

$$\phi(x, y, z) = \sum_{m,n=0}^{\infty} (a_{mn} e^{-\gamma_{z,mn} z} + b_{mn} e^{\gamma_{z,mn} z}) \phi_{mn}(x, y)$$
(21)

ここで、改めて $\exp(-\gamma_{z,mn}z)$ に関する項の係数 $e^{a_{mn}}$, $\exp(\gamma_{z,mn}z)$ に関する項の係数 $e^{b_{mn}}$ とおいている.これにより、音圧p(x, y, z)とz方向の粒子速度 $v_{z}(x, y, z)$ はと次のように表せる.

$$p(x, y, z) = j\omega\rho \sum_{m,n=0}^{\infty} (a_{mn}e^{-\gamma_{z,mn}z} + b_{mn}e^{\gamma_{z,mn}z})\phi_{mn}(x, y)$$
(22)

$$v_{z}(x, y, z) = \sum_{m, n=0}^{\infty} \gamma_{z,mn} \left(a_{mn} e^{-\gamma_{z,mn} z} - b_{mn} e^{\gamma_{z,mn} z} \right) \phi_{mn}(x, y)$$
(23)

3. 声道モデルへの損失の導入

3.1. 粘性と熱伝導による空気損失の導入

境界層の音響アドミタンスで表した粘性と熱伝導による空気損失εは一般的に次のように表 すことができる²⁰.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{v}} \, \sin^2 \theta_i + \boldsymbol{\varepsilon}_t \tag{24}$$

ここで、 ϵ は空気の特性インピーダンスを用いて規格化した無次元量である。 θ_i は管壁への入 射角、 ε_v 、 ε_i はそれぞれ、粘性に関する項、熱伝導に関する項で

$$\varepsilon_v = \sqrt{\frac{k\mu}{2\rho c}} \tag{25}$$

$$\varepsilon_t = (\eta - 1) \sqrt{\frac{k\lambda}{2\rho c C_p}} \tag{26}$$

と表される.ここで、kは波数、 μ は気体の粘性係数、 ρ は空気の密度、cは音速、 λ は熱伝導率、 C_{ρ} は定圧比熱、 η は定圧比熱と定積比熱の比である.x方向、y方向の壁に対する規格化された音響アドミタンスをそれぞれ ε_x 、 ε_y とすると、次のようになる.

$$\varepsilon_x = \varepsilon_v \sin^2 \theta_x + \varepsilon_t \tag{27}$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_v \sin^2 \theta_y + \varepsilon_t \tag{28}$$

ここで θ_x , θ_y はそれぞれ,上下壁と左右壁への入射角である.図2に示すように、今、 $\theta_x = \frac{\pi}{2}$ としx軸方向の伝搬は無視し、平面波がxz平面に対して θ_y で入射すると考える.波数ベクト ルkをy軸方向、z軸方向に分解すると $k = k_y + k_z = k_y e_y + k_z e_z$ と書ける.図2より、 $\cos \theta_y = \frac{k_y}{k}$ なので、式(18)より $\sin^2 \theta_y = 1 - \left(\frac{n\pi}{L_y k}\right)^2$ と書ける.同様に θ_x について、 $\sin^2 \theta_x = 1 - \left(\frac{m\pi}{L_x k}\right)^2$ となるので、

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{x} = \boldsymbol{\varepsilon}_{v} \left\{ 1 - \left(\frac{m\pi}{L_{x}k} \right)^{2} \right\} + \boldsymbol{\varepsilon}_{t}$$
(29)

$$\varepsilon_{y} = \varepsilon_{v} \left\{ 1 - \left(\frac{n\pi}{L_{y}k} \right)^{2} \right\} + \varepsilon_{t}$$
(30)



となる. ɛx, ɛyを用いて粘性と熱伝導による空気損失を考慮した γz,mm は次のように表せる²⁾.

$$\gamma_{z,mn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2 - k^2 - 2k(1-j)\left(\frac{1}{\sigma_m}\frac{\varepsilon_x}{L_x} + \frac{1}{\sigma_n}\frac{\varepsilon_y}{L_y}\right)}$$
(31)

ここで、 σ_m 、 σ_n はm、nが0のとき1、それ以外では0.5の値をとる。伝搬定数 $\gamma_{2,mn}$ の実部 α_{mn} は高次モードの減衰定数、虚部 β_{mn} は位相定数を表す。

4. 損失の音響特性への影響

4.1. 計算の概要

損失を考慮した音響特性の計算の概要について説明する.最も簡単な一様な矩形音響管を用いた.管のサイズは、一般的な声道のサイズを想定し、 $L_x = 1.5$ cm, $L_y = 5.0$ cm, $L_z = 17.0$ cmとした.モードは、(m,n) = (0,0), (0,1), (0,2)の3モードを考慮した.温度は37℃、湿度は肺では100%であるので呼気中も100%であると仮定した.計算周波数は0~8kHzとした.無損失を仮定した場合の高次モードの遮断周波数 $f_{c,mn}$ は、式(19)の $\gamma_{z,mn}$ が0となる周波数より、

$$f_{e,mn} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_y}\right)^2} \tag{32}$$

と表されるので, $f_{c.01} = 3.5$ kHz, $f_{c.02} = 7.1$ kHzである.音源については, **図3**に示すように, z = 0のxy平面上にあるとする.音源振動領域 c_g とする.振動領域 Ω_g に振動速度分布 $v_g(x, y)$ を与える.ここでは,振動領域 Ω_g で体積速度 $U_g = 1$ となるように一様に $v_g(x, y)$ を与 えた.音源のサイズは, $g_x = 1.5$ cm, $g_y = 1.5$ cmとした.音源の位置は $y_{offset} = 0.725$ cmとして xy平面の中央ではなく,やや原点よりに配置した. x_{offset} も設定して音源の位置は自由に移動で きるが,ここでは0 cmとした.音源をやや原点寄りに配置し,振動面をy方向に対し非対称に なるように配置することで高次モードが励振されるようにした.振動面において $v_g(x, y)$ が与 えられると,振動速度分布は次のようにモード展開できる.



定数	値	単位	条件	
密度の	1.14	kg⋅m ⁻³	呼気	
音速c	358	$\mathbf{m} \cdot \mathbf{s}^{-1}$	呼気	
粘性係数μ	19.0×10^{-6}	Pa∙s	37℃	
熱伝導率 λ	2.41×10^{-2}	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$	0 °C	
定圧比熱 C,	1.01	$J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$	20°C	
比熱比 7	1.40	-	20℃	

表1:空気に関する物理定数

$$V_{g,mn} = \iint_{\Omega_g} \phi_{mn} (\mathbf{x}, \mathbf{y}) v_g (\mathbf{x}, \mathbf{y}) dS$$
(33)

*Vg.mn*と放射端での高次モードに対する放射インピーダンスを用いて*amn*, *bmn*が定められる.**表** 1にここで用いた空気に関する物理定数を示す.

4.2. 高次モードの減衰特性と位相特性

図4に粘性と熱伝導損失がある場合の減衰特性を示す.音源から音波が距離17cm進んだ場合のモード毎の減衰量を表している.縦の線は(0,1),(0,2)モードの遮断周波数を表している.高次モードについては,遮断周波数付近で非常に減衰量が大きく,モードの次数が高くなると,減衰量も大きくなる傾向にある.図5に無損失の場合と粘性と熱伝導損失が有る場合の位相定数を示す.粘性と熱伝導損失を導入したことによる影響はほとんど見られない.

4.3. 高次モードの伝達特性

開口端から放射される音響パワー W_e は、開口面 S_1 上の音圧pと粒子速度 v_2 を用いて次のよう に求めることができる.



$$W_c = \iint_{S_1} \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left(p^* v_z\right) dS \tag{34}$$



ここで*は複素共役を表す. 放射音響パワーに基づいて計算される伝達インピーダンス³を次の ように定義する.

$$Z = K \frac{\sqrt{W_c}}{U_g} \tag{35}$$



図7:粘性と熱伝導による空気損失がある場合の伝達特性.モード毎の伝達特性(左)と3モード重 ね合わせた伝達特性(右)



図8:無損失の場合の伝達特性と粘性と熱伝導による空気損失が有る場合の伝達特性の比較

ここでU_gは音源の体積速度, K は定数である.Zの周波数特性をその音響管の伝達特性とする.図6は無損失の場合のモード毎の伝達特性を表している.高次モードの遮断周波数付近では帯域幅の狭いピークが発生している.3モード重ね合わせた場合の伝達特性では,高次モード

の遮断周波数付近に帯域幅の狭いピークが確認できる.図7は粘性と熱伝導損失が有る場合の モード毎の伝達特性を表している.(0,0),(0,1),(0,2)モードの全てにおいて,わずかにピー クの帯域幅が広くなっている.また高次モードの遮断周波数付近では,特に強いピーク抑制効 果が確認できる.無損失の場合に発生していた遮断周波数付近の鋭いピークは強く抑制されて いるが,それ以外では,ピークを強く抑制する効果はあまり見られない.図8に無損失の場合 と,粘性と熱伝導損失が有る場合の伝達特性を重ねて示す.見やすくするために6dBシフト している.損失を考慮することで,遮断周波数付近のピークが抑制されているのが分かる.

5. 緩和吸収

次に,粘性や熱伝導以外の損失である緩和吸収について述べる.緩和吸収については,次の 実験式が知られている⁴.

$$\alpha_{o} = 0.01275 e^{-2239.1/T_{0}} \frac{p_{o}}{2\pi p_{r}} \left(\frac{T_{r}}{T_{0}}\right)^{5/2} \frac{\omega^{2} \tau_{o}}{1 + \omega^{2} \tau_{o}^{2}}$$
(36)

$$\alpha_n = 0.1068e^{-3352/T_0} \frac{p_0}{2\pi p_r} \left(\frac{T_r}{T_0}\right)^{5/2} \frac{\omega^2 \tau_n}{1 + \omega^2 \tau_n^2}$$
(37)

ここで、 a_0 は酸素分子の緩和吸収による減衰定数、 a_n は窒素分子の緩和吸収による減衰定数、 p_0 は大気圧、 p_r は参照圧力(1013.25hPa)、 T_0 は絶対温度で表した気温、 T_r は参照温度(37 \mathbb{C} =310.15K)である。また、 $\tau_0 \ge \tau_n$ は $h \ge x$ 素気のモル濃度として次のように表される。

$$\frac{1}{\tau_o} = \frac{2\pi p_0}{p_r} \left(24 + 4.04 \times 10^4 h \, \frac{0.02 + h}{0.391 + h} \right) \tag{38}$$

$$\frac{1}{\tau_n} = \frac{2\pi p_0}{p_r} \sqrt{\frac{T_r}{T_0}} \left(9 + 280h \exp\left[-4.17\left\{\left(\frac{T_r}{T_0}\right)^{1/3} - 1\right\}\right]\right)$$
(39)

図9に湿度を変化させた場合の緩和吸収による減衰特性を示す.温度37℃で音源から音波が距離17cm伝搬した場合の減衰量を表している.緩和吸収による減衰定数は湿度により大きく影響されることが分かる.0~8kHzの周波数範囲では,湿度0%の場合,減衰はほとんどなく,湿度10%の場合が最も減衰量が大きい.周波数が高くなるにつれて,減衰量は大きくなる傾向がある.図10に粘性と熱伝導と湿度100%の緩和吸収が有る場合のモード毎の減衰特性を示す.図4に示した粘性と熱伝導のみの場合と比べ,高域での減衰量が増加しているのが分かる.図11にモード毎の粘性,熱伝導,緩和吸収による損失が有る場合の伝達特性を示す.粘性と熱伝導のみの場合と比点、高域での減衰量が増加しているのが分かる.図12は無損失の場合,粘性と熱伝導が有る場合,そして緩和吸収が有る場合の伝達特性をそれぞれ6dBシフトして表している.粘性と熱伝導のみの場合とさらに緩和吸収を付加した場合を比べると,高い周波数域でよりピークを抑制する効果がみられる.



図10:粘性、熱伝導と湿度100%の緩和吸収が有る場合のモード毎の減衰特性

6. おわりに

本稿では、モード展開法を用いた声道モデルに、粘性と熱伝導による空気損失と緩和吸収に よる損失を導入し、その影響について報告した.粘性と熱伝導による損失を考慮することで、 高次モードの遮断周波数付近で生じる帯域幅の狭いピークの発生を抑制する効果があった.ま た、緩和吸収による損失を考慮することで、高い周波数域ではさらにピークを抑制する効果が あった.今後は、不均一な音響管系により母音の声道形状を近似し、高い周波数域における空 気の損失の影響を母音毎に検討する予定である.

本研究の一部は,北海学園大学ハイテクリサーチセンター(戦略的研究基盤形成支援事業) による補助を受けて行なわれた.

参考文献

1) 元木邦俊, 松崎博季:"インピーダンス変換に基づく3次元声道モデルの音響特性の計算手法", 北海学園



図11:粘性,熱伝導と緩和吸収による損失が有る場合の伝達特性.モード毎の伝達特性(左)と3モ ード重ね合わせた伝達特性(右)



図12:無損失の場合,粘性と熱伝導の場合,粘性,熱伝導と緩和吸収の場合の伝達特性の比較 大学工学部研究報告,27,139-157 (2000).

- 2) A. M. Bruneau, M. Breuneau, PH. Herzog and J. Kergomard : "Boundary layer attenuation of higher order modes in waveguides", J. Sound and Vib., 119, 1, 15–27 (1987).
- 3) 元木邦後, 松崎博季: "音響放射パワーに基づく3次元声道モデルの伝達特性評価法", 北海学園大学工学

部研究報告, 35, 131-141 (2008).

- 4) H. E. Bass, L. C. Sutherland, A. J. Zuckerwar, D. T. Blackstock and D. M. Hester : "Atmospheric absorption of sound : Further developments", J. Acoust. Soc. Am., 97, 1, 680–683 (1995).
- 5) K. Motoki and H. Matsuzaki : "Computation of the acoustic characteristics of vocal-tract models with geometrical perturbation", Proc. Interspeech2004–ICSLP, TuB602p.16, 521–524 (2004).
- 6) A. D. Pierce : Acoustics : an introduction to its physical principles and applications, Acoustical society of America (1995).