# HOKUGA 北海学園学術情報リポジトリ

学校法人北海学園 北 海 学 園 大 学 北 海 斎 科 大 学

タイトル	実在RC 造建物の確率論的地震時損傷評価				
著者	串山,繁; 髙橋,泰弘; Kushiyama, Shigeru; Takahashi, Yasuhiro				
引用	工学研究 : 北海学園大学大学院工学研究科紀要(13): 17-24				
発行日	2013-09-30				

# 実在 RC 造建物の確率論的地震時損傷評価

串 山 繁\* · 髙 橋 泰 弘\*

Probabilistic Seismic Damage Estimation of An Actual Reinforced Concrete Structure

Shigeru Kushiyama\* and Yasuhiro Takahashi\*

#### 1. はじめに

静的非線形問題や動的問題に対しては一般に陽 な破壊確率算定式の表現は困難であるため,信頼 性の問題に対してはサンプルの偏りを減らす,ア ルゴリズムを改良するなどの工夫を凝らした MCS (モンテカルロシミュレーション)が用いら れてきた<sup>1),2)</sup>.しかし,低損傷破壊確率を評価する ためには多大な計算時間を必要とする難点があ る.これを解決する手法として,上記とは異なる 視点から,地震時リスク問題を考慮した低損傷破 壊確率を効率的に計算するための部分集合シミュ レーション法 (subset 法)が提示された<sup>3)</sup>.

そのアイディアは、小さな破壊確率をそれより 大きな条件付破壊確率の積として表現することに より、稀な破壊事象をシミュレートする問題をよ り頻繁な事象の条件付シミュレーションの問題に 置き換えて計算負荷を大幅に軽減しようとするも のである。その際、条件付サンプルを効率的に取 り出すために、MCMC (マルコフチェインモンテ カルロシミュレーション)が使用される<sup>4),5)</sup>.この 部分集合シミュレーション法によれば、重点サン プリング手法で要求される様な確率変数に関する 感度評価など特別な予備知識が無くても、破壊に 至る部分集合を自動的に検索して解を求めること ができる.

本論では実在の RC 造 11 層建物を例に地震動 を確定的,構造特性を不確定と仮定し, subset MCMC を用いてシミュレーションベースで建物 の破壊生起確率(逆の見方では安全性)を定量的 に評価することを試みた.

#### 2. Subset MCMC を用いた破壊確率

Siu-Kui Au により提案された subset シミュ u - ションの概念は次の様である。複数の確率変 $数 <math>\theta$  で構成される全体集合の空間ベクトルを  $F_i$ , その部分集合を $F_i$ , 破壊領域を $F_m = F$  と置 き, 次式のように表せると仮定する。

$$F_1 \supset F_2 \supset \cdots \supset F_m = F \tag{1}$$

$$F_k = \bigcap_{i=1}^k F_i, \quad \text{trib} k = 1, \cdots, m \tag{2}$$

このとき,条件付確率の定義により次式を得る.  $P(F) = P(F_m) = P(\bigcap_{i=1}^{m} F_i)$   $= P(F_m | \bigcap_{i=1}^{m-1} F_i) P(\bigcap_{i=1}^{m-1} F_i)$  $= P(F_m | F_{m-1}) P(\bigcap_{i=1}^{m-1} F_i) = \cdots$ 

$$= P(F_1) \prod_{i=1}^{m-1} P(F_{i+1}|F_i)$$
(3)

(3)式は破壊確率が  $P(F_1)$  および一連の条件付 確率 { $P(F_{i+1}|F_i)$ :i=1,...,m-1} の積として表 わされることを意味している.  $P(F_1)$  は標準 MCS を用いて評価される.一方,条件付確率は,次式 で表わされる条件付確率密度関数を目標分布とし たシミュレーションにより評価される.

$$q(\theta|F_i) = q(\theta)I_{F_i}(\theta)/P(F_i) \tag{4}$$

ただし,  $q(\theta|F_i):F_i$ に存在しているとして与え られた  $\theta$  の条件付確率密度関数,  $I_{F_i}(\theta)$ :指標関 数,  $\theta$  が  $F_i$ に含まれるなら 1, そうでないならば 0. その際, MCMC は条件付サンプルを効率的に 取り出すために使用される.

<sup>\*</sup>北海学園大学工学研究科建設工学専攻(建築系)

Graduate School of Engineering (Architecture and Building Eng.), Hokkai-Gakuen University

#### 3.入力地震動および解析モデル

入力地震動は表-1 に示す強震観測網:K-net の HKD180 観 測 点 (北 緯 43.1390, 東 経 141.3513:札幌市北区土木センター)で記録され た地震動7波,設計で多用される実地震動4波で ある.ただし,これら実地震動は地表面最大速度: PGV (Peak Ground Velocity)を50 kine に基準 化したレベル2地震動とした.解析モデルは,RC 造 11 層,X 方向2スパン,Y 方向2スパン建物を せん断型架構に置換した表-2 に示す構造階高,層 重量を有する質点系モデルである.

表-1 入力地震動 (50 kine に基準化したレベル2相当の地震動)

No.	地震名/レベル2模擬地震動				
1	2003年十勝沖地震 NS				
2	釧路沖地震 EW				
3	岩手県沿岸北部地震 NS				
4	東北地方太平洋沖地震 NS				
5	余市岳近傍の地震 NS				
6	北広島市北海道中央農場近傍の地震 NS				
7	清田区真栄北嶺高校近傍の地震 NS				
8	JMA 神戸 1995 NS				
9	Hachinohe 1968 NS				
10	Tohoku Univ. 1978 EW				
11	El Centro 1940 NS				

注) No.1~No.7:HKD180 記録波, No.5~No.7:仮の地震名を付与

表-2 解析建物の構造階高,層重量

階	11F	10F	9 F	8 F	7 F	6 F	5 F	4 F	3 F	2 F	1 F
構造階高(cm)	295	295	295	295	295	295	295	295	295	295	490
層重量(kN)	4022	4176	4282	4282	4311	4330	4426	4446	4486	4550	4724

# 4. 解析仮定

非線形応答解析を行う際,スケルトンカーブは tri-linear型,それに随伴させる履歴則は masing 型と仮定した。また,構造物の粘性減衰は,最初 の2次迄の固有振動モードの減衰を5%と仮定し た Rayleigh 減衰を考慮している.なお,時刻歴の 解析には,Wilsonの  $\theta$ 法 ( $\theta$ =1.42)を用いた。

一方,構造物の破壊指標は各階時刻歴層間変位 から得られる最大層間変形角(MCDR:Maximum Column Drift Ratio)および最大応答塑性 率の2通りを考慮した.なお,11層建物の場合に は超高層建物においてしばしば観察される地震の 揺れ終了後の大きな揺れは無いものと考え,計算 時間の節約から以下の計算打ち切り時間を採用し た.

計算打ち切り時間⇒最大振幅発生時間+5秒

最大振幅発生時間とは PGA, PGV, PGD 発生 時間の内,一番発生が遅い時間を意味する.

subset MCMC の計算においては,入力地震動 を確定的,建物の構造特性を確率論的に取り扱い, 具体的な確率変数として,各層の第1,第2剛性: SK1,SK2 と各層の層降伏せん断力  $V_{i\nu}$ を考え た.ただし,同時に変動させるのは2つと仮定し た.以後,3つの中から2つを選択したパラメータ をX1,X2 と呼ぶ.表-3に示す夫々の期待値は準 備計算の pushover 解析から得た層間変位〜層せ ん断力関係を tri-linear に置換して規定した.第 1,第2 層剛性を組み合わせる場合には変動係数を  $\delta=5\%$ ,第2 層剛性と層降伏せん断力の場合には  $\delta=2\%$ とし,以下の正規分布に従い,互いに独立 に変動すると仮定した.

第1層剛性: $N(\mu_1,\sigma_1)=N(SK1,\delta SK1)$ 

第2層剛性:N( $\mu_2,\sigma_2$ )=N(SK2, $\delta$ SK2)

層降伏せん断力: N( $\mu_3,\sigma_3$ )=N(V<sub>jy</sub>, $\delta$ V<sub>jy</sub>)

図-1に、上記の変動係数に従った X 方向フ レームの変動域を示す.

計算のフローは次の通りである.先ず標準モン テカルロシミュレーション(MCS)を行う.そこ では、サンプル発生総数に等しい nt 回の応答計算 を行い、層間変形角或いは応答塑性率が最大値を 示す頻度が最も多くなる最弱層を特定する.次い で、subset MCMCの計算に進むが、そこでは簡 単の為に上記で特定した最弱層のパラメータ値 X1,X2のみ subset MCMCの計算対象とし、他

表-3 降伏時層せん断力,層剛性(期待値)

	Xフ	方向フレーム		Y方向フレーム				
階	降伏時 層せん断力(kN)	第1層剛性 (kN/cm)	第2層剛性 (kN/cm)	降伏時 層せん断力(kN)	第1層剛性 (kN/cm)	第2層剛性 (kN/cm)		
11F	4089	7193	3205	4297	5633	2854		
10F	6237	9609	4119	7166	7618	3796		
9 F	8296	10604	4368	9477	8972	5179		
8 F	9891	11296	5010	11361	10279	5601		
7 F	11267	12083	6010	12911	11494	7074		
6 F	12862	13175	8755	14355	12177	7104		
5 F	14122	14441	9629	15658	12657	6929		
4 F	15025	15372	10634	16772	13221	7277		
3 F	15824	16617	11393	17653	14138	8113		
2 F	16389	18916	10287	18462	15712	8856		
1 F	16869	27463	13560	18974	20426	11978		



図-1 スケルトンカーブの変動域(X方向フレーム)

の層の X1, X2 については初回の MCS 計算で発 生した値を流用した.その理由は、各チェインレ ベルの計算時間の増大と破壊に至る迄のチェイン レベル数の増大を避ける為である.本来ならば、 他の層も含めて subset MCMC の計算対象とす べきと思われるが、採択率低下が懸念されること、 一方でパラレルなシミュレーション回数を増すこ とにより、その弊害を低減できると考えた。

なお、本計算例では破壊確率  $P_f = 10^{-7}$ のオー ダー迄計算することを念頭に、MCDR を破壊指標 とした場合には非常に大きな許容層間変形角の値 を与え Z=1/5-MCDR とし、最大応答塑性率を 破壊指標とした場合には、 $Z=5-\mu_{max}$  として限界 状態関数 Z を規定した。サンプルは generic Metropolis algorithm に従い生成し<sup>4</sup>)、各 subset の発生総数  $n_t = 600$ は、発生サンプルが定常状態 に到達したか否かを調べる Raftery-Lewis の収 束診断に基づき決定した6).

#### 5. 質点系モデルの時刻歴応答解析法

多質点減衰系の運動方程は次式で表示される.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{y} \tag{5}$$

ただし、m: 質量マトリックス, c: 減衰マト $リックス, k: 瞬間剛性マトリックス, <math>\ddot{x}: 相対加$ 速度ベクトル, $\dot{x}: 相対速度ベクトル, x: 相対変$  $位ベクトル,<math>\ddot{y}:$ 地動加速度

減衰マトリックスについては、上部構造の1次、
 2次減衰定数として5%を仮定した Rayleigh 減
 衰を考慮する。

各種エネルギーは,非線形システムの運動方程 式を次の様に積分して定義される.

$$\int_0^x m\ddot{x}_t dx + \int_0^x c\dot{x}_t dx + \int_0^x kx_t dx$$
$$= -\int_0^x m\ddot{y}_t dx \tag{6}$$

右辺は、地震動が発生してから変位 x に至るま でに構造物へ入力された総入力エネルギー  $E_{I}(t)$ である。(6)式の左辺第 1 項は、地表面に対する相 対運動エネルギー  $E_{K}(t)$ 、第 2 項は粘性減衰に よって消費される減衰エネルギー  $E_{D}(t)$ 、第 3 項は 復元力  $kx = f_{s}(t)$ の成す仕事であり、構造物の弾 性歪エネルギー  $E_{s}(t)$ 、ひび割れによって消費され る歪エネルギー  $E_{c}(t)$ 、降伏によって消費される歪 エネルギー  $E_{v}(t)$ の総和に等しい。復元力を  $f_{s}(t)$ と置くと、

$$\int_{0}^{x} f_{s}(t) dx = E_{s}(t) + E_{c}(t) + E_{y}(t)$$
(7)

ただし、 $E_c(t) + E_v(t)$ は塑性歪エネルギー $E_P(t)$ を意味する.

#### 6. 解析モデルの基本応答性状

固有値解析結果によると,解析建物の弾性固有 周期は,表-4に示す様に1次の値でX方向フ レーム0.7604(sec),Y方向フレーム0.8204(sec)

表-4 建物の弾性固有周期(sec)

フレーム	1次	2 次	3次	4 次		
X方向	0.7604	0.2788	0.1729	0.1277		
Y方向	0.8204	0.3044	0.189	0.1396		

注)5 次~11 次の弾性固有周期は省略

であった.以下では,表-3 に示した当該建物の構 造特性期待値を与えた単純な応答解析結果,具体 的には図-2 に示す 50 kine に基準化した No.8 地 震動(1995 JMA 神戸 NS)が建物の X 方向フレー ムに作用した結果について詳述後,その他の地震 動を受けた場合の主要な結果について概観する.

図-3 に層間変位の時刻歴を示す。同図によれ ば,層間変位が大きく、ドリフトが生じている。 それは図-4(a)に示した1階の復元力特性を見て も分かる様に、降伏領域に損傷が進展した為に生 じた現象である。各階の損傷状況は図-4(b)に示 した応答塑性率の高さ方向分布図より、最上階を 除く全ての階で応答塑性率が1を越え、層降伏し ている。

図-5に示した単位質量当たりの消費エネル



ギーの時間推移について上下の図を見較べると, 塑性化の進展に伴いひび割れエネルギーEc,降伏 エネルギーEyが占める割合が減衰エネルギーの それより大きくなることが分かる.

一方,図-6はY方向フレームの結果の一部で あるが,(a)図に示した1階の復元力特性を図-4(a)と比較すると,Y方向フレームの方が降伏域 がやや狭いことが分かる.これは(b)図にも反映 されており,1階のみならずほぼ全階で先の図-4(b)のX方向フレームの応答塑性率よりY方向 フレームの方が小さい.No.7,No.9の地震動につ いても同様の比較をしたが,やはりY方向フレー ムの方が小さかった.これは,当該建物ではX方 向フレームがY方向フレームよりもやや耐震性 が劣ることを意味している.これを受け,以下の 解析ではX方向フレームについてのみ実施した.

図-7 に示した全地震動に対する応答塑性率に よれば、全階を通して応答塑性率が1未満となっ たのは No.1, No.4, No.5 のみである。高さ方向 に沿った応答塑性率分布パターンは、①低層階で 応答塑性率が大きく、上層に向かうに従い応答塑



図-5 消費エネルギーの時間推移(X方向フレーム)





図-7 応答塑性率(X方向フレーム)

性 率 が 低 減 す る パ ターン (No.1~No.4, No. 7~No.9), ②中層の 7 階で応答塑性率が大となる パターン (No.10, No.11), ③上層 8~10 階で応答 塑性率が大となるパターン (No.5, No.6) と様々 である.

次に,最弱層の応答塑性率の大小関係を図-8 に 示す加速度応答スペクトルを参照して説明する. 同図(b)によれば,建物のX方向フレーム弾性1 次固有周期T<sub>1</sub>=0.7604(sec)付近では加速度応答 がNo.7>No.6>No.5 であり,図-7の最弱層の応 答塑性率の大小関係;No.7>No.6>No.5 と符合 している.同様に図-8(a)No.1~No.4 の上記T<sub>1</sub> 付近では,No.2 $\doteq$ No.3>No.1 $\doteq$ No.4 であり,図-7の最弱層の応答塑性率の大小関係;No.3>No. 2>No.1 $\doteq$ No.4 とほぼ符合している.No.8~No. 11 についてもほぼ妥当な対応関係にある.以上か



ら,異なる地震動を受ける際の最弱層の応答塑性 率の大小関係は,建物の弾性1次固有周期 T<sub>1</sub>付 近の加速度応答スペクトルの大小関係から概ね予 測できると云えよう.

#### 7. 感度解析結果

subset 法では,特別な知識無しで複数のパラ メータを同時に変動させながら,限界状態関数 Z の値を小さくする(即ち,破壊判定指標値を大き くする)パラメータを自動的に見出すことが可能 である.この際,変動幅の小さいパラメータが破 壊判定指標値の変動に大きく寄与し,感度が大で あることを意味するが,相対的な感度の大小関係 のみ把握できる.感度解析を行うに当たり,表-5 に示す2通りのパラメータの組み合わせを考え, この計算ではパラメータの初期値の違いが結果に 及ぼす影響が小さいことを考慮し,パラレルなシ ミュレーション回数を1回(MCS, subset1~4 ま

表-5 パラメータの組み合わせ

識別ラベル	パラメータの組み合わせ(X1, X2)				
а	(第1層剛性,第2層剛性)				
b	(第2層剛性,層降伏せん断力)				

での計算,各々600回,計3000回の応答解析を1 回とカウント)とした。以下に最大応答塑性率を 破壊判定指標とした結果について述べ,必要に応 じて最大層間変形角(MCDR)の結果と比較する。

全地震動に対する結果によれば、1 階が最弱層 となる場合が多く、その割合は発生頻度平均値よ り46.5%、次いで9 階(13%)、7 階(12%)、3 階 (11%)の順となり、最弱層は先に示した図-7 の各 階塑性率の分布図で最大応答塑性率となる階と殆 ど一致した。しかし、最大層間変形角を破壊判定 指標とした場合には、1 階の構造階高が他の階に 較べ表-2 に示した様に大である為、最大層間変形 角が相対的に小さく評価され、1 階が最弱層と判 定されたケースは無かった。

次に,図-9に示したパラメータの組み合わせb に関する subset のサンプルパラメータの散布図 について述べる.subset-4の緑色マーカー(限界状 態関数 Z の値が小さい1割のサンプル)のパラ メータの変動幅に着目すると,感度の相対的大小 関係は,case02,06 共 SSy(層降伏せん断力)>



図-9 各 subset のサンプルパラメータ散布図

#### 表-6 感度解析結果(破壊指標:最大応答塑性率)

パラメータの 組み合わせ a	地震動 No.	パラメータの 組み合わせ b	地震動 No.	
SK2>SK1	1, 2, 3, 5, 7, 8, 11			
SK2≒SK1	6,10	SSy>SK2	全ての地震動	
SK2 <sk1< th=""><th>4,9</th><th></th><th colspan="2"></th></sk1<>	4,9			

SK2 (第2層剛性)となった。他の地震動について も表-6 に示す通り同様の大小関係であった。 MCDR を指標とした場合には,損傷の程度が軽微 な case01,04,05,06 の4 例についてのみ上記と 異なる結果が得られた。一方,パラメータの組み 合わせ a の感度の相対的大小関係については, 表-6 に示す通りであり,若干ばらつきが見られた が,感度の相対的大小関係は概ね SSy > SK2 > SK1 と云えよう。

#### 8. 定量的破壊確率評価

表-7は、2つの破壊判定指標が同一階で最弱層 と判定した結果を用いて $\mu_{max}/MCDR(\%)$ を求め た結果である.表-8は,一般的に MCDR で与えら れる設計用クライテリアと上記平均値を用いて最 大応答塑性率に読み替えたクライテリアを併記し ている。最大応答塑性率は限界状態の定義と矛盾 するが、これは実被害よりも中低層建物の応答解 析結果が厳しい評価となり易いことの現れであ る。図-10にパラメータの組み合わせbに関する パラレルなシミュレーションを50回行った最大 応答塑性率~破壊生起確率関係を示す。同図中の 黒線は、アンサンブル平均を表し、表-9は Gelman-Lubin の収束判定指標 R<sup>2</sup> 値の最終値を 表している. 上記収束判定基準によれば, 収束し たと見做せるのは  $\mathbb{R}^2$  値が少なくとも 1.1~1.2 以下とある<sup>7)</sup>.したがって,いずれも基準を満足し ている.

case 10 の図は省略したが,図-10 横軸の応答塑 性率を比較すると,No.2 の釧路沖地震動,次いで No.8 の JMA 神戸地震動が大きいことが分かる. なお,この破壊確率はレベル2相当の地震動を受 けたとした場合の確率である.

図-10(a), (c)によれば,計算終了時(破壊確率 (1/601)×(0.1)<sup>4</sup>=1.664×10<sup>-7</sup>)には応答塑性率が アンサンブル平均で人命安全限界とする 4.4 を大 きく上廻っている.

ただし,居住用建物の年リスクを1×10<sup>-6</sup>,レベ

表-7 μmax と MCDR の対応関係

解析ケース名	最弱層	最大応答 塑性率 $\mu_{max}$	最大層間変形角 MCDR(%)	$\mu_{\rm max}/{ m MCDR}(\%)$
X-case 05-b	9	1.338	0.562	2.381
X-case 06-a	9	1.344	0.728	1.846
X-case 06-b	9	1.575	0.616	2.557
X-case 07-a	3	2.969	1.3	2.284
X-case 07-b	3	4.741	1.68	2.822
X-case 10-a	7	1.467	0.982	1.494
X-case 11-a	7	1.305	0.8	1.631
X-case 11-b	7	2.056	0.817	2.517
				771/-0 404=

平均 2.1915

#### 表-8 設計用クライテリア(限界状態の定義)

最大層間変形角	最大応答塑性率	限界状態
1/800(0.125%)	0.27	2次壁(非構造部材)のひび割れ発生
1/200(0.5%)	1.1	使用限界(構造部材のひび割れ発生)
1/100(1%)	2.2	初期損傷 (降伏部位の発生)
1/50 (2%)	4.4	人命安全限界

case name	X-case 02-b	X-case 07-b	X-case 08-b	X-case 10-b
R²	1.0064	1.0082	1.0135	1.0083
time(days)	14.8032	9.3803	1.6649	1.7392

表-9

R<sup>2</sup>,計算所要時間







図-10 最大応答塑性率~破壊生起確率の関係

ル2相当地震動が50年で10%の超過確率を有す ると仮定すると地震の生起確率は2.1×10<sup>-3</sup> (= 1/475:再現期間475年)となり、 $1\times10^{-6}/2.1\times$  $10^{-3}=4.76\times10^{-4}$ の値が居住用建物の年リスクに 対応する図-10の縦軸値となる。これに対応する 応答塑性率はNo.2の釧路沖地震動で約4.3,No. 8のJMA神戸地震動約3.9であり、人命安全限 界4.4には至っていない。ただし、先に述べた中 低層建物の応答解析結果が実被害よりも厳しい評 価となり易い点を踏まえると、人命安全限界に至 るには更に余裕があると思われる。

## 9. 結語

Subset MCMC を用いて, レベル 2 地震動を想 定した実在の RC 造 11 層建物の定量的損傷評価 を試みた.得られた結果は次の通りである.

- 1)構造階高に著しい相違がある場合には,破壊 判定指標として最大層間変形角ではなく,最大 応答塑性率を用いた方が最弱層を的確に把握で きる。
- 2)感度の相対的大きさは,層降伏せん断力>第
   2層剛性>第1層剛性が妥当と推察される。
- 3) 居住用建物の年リスクを1×10<sup>-6</sup> 程度と仮定 したレベル2地震動入力時許容リスクに対応す る塑性率は,最も損傷が大きかった釧路沖地震 EW 50kine 基準波でも人命安全限界状態まで には至らない。

### 【参考文献】

- Howard H. M. Hwang and Jing-Wen Jaw: "Probabilistic Damage Analysis of Structures", Journal of Structural Engineering, Vol. 116, No. 7, ASCE, July, 1990, pp.1992-2007.
- 2) F. Yamazaki, M. Shinozuka: "Neumann Expansion for Stochastic Finite Element Analysis", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1988, 114 (8), pp.1335– 1354.
- 3) S. K. Au and J. L. Beck: "Subset Simulation and its Application to Seismic Risk Based on Dynamics Analysis", Journal of Engineering Mechanics, 2003, pp.901-917.
- 4) W. R. Gilks, S. Richardson and D. J. Spiegelhalter, "Introducing Markov chain Monte Carlo", In: W. R. Gilks, S. Richardson and D. J. Spiegelhalter, Ed., *Markov Chain Monte Carlo in Practice*, CHAPMAN

& HALL/CRC, 1996, pp.1-19.

- 5) B. Walsh: "Markov Chain Monte Carlo and Gibbs Sampling", Lecture note for EEB 596z, 2002.
- 6) A. E. Raftery and S. M. Lewis: "The Number of Iterations, Convergence Diagnostics and Generic Metropolis Algorithms", http://www.stat.washington. edu/www/research/online/
- 7) Andrew Gelman, "Inference and monitoring convergence", In: W. R. Gilks, S. Richardson and D. J. Spiegelhalter, Ed., *Markov Chain Monte Carlo in Practice*, CHAPMAN & HALL/CRC, 1996, pp.131-143.