HOKUGA 北海学園学術情報リポジトリ
学校法人北海学園
北海学園大学
北海商科大学

タイトル	整数のかけ算筆算における部分積の記述の有無が解答に及ぼす影響についての発達的検討と教授学習過程
著者	後藤，聡；GOTO，So
引用	北海学園大学学園論集(182)：45-54
発行日	2020-07-25

Hokkai-Gakuen Organization of Knowledge Ubiquitous through Gaining Archives.

整数のかけ算筆算における部分積の記述の有無が解答に及ぼす影響についての発達的検討と教授学習過程

後　藤　　聡

Ⅰ　はじめに

かけ算を課題とした研究は20世紀前半に一桁×一桁（以下，一桁かけ算と記す。）から始まった。学校における教育への貢献を念頭においた研究はしばらく後になってからである。後藤(1991)は学校での一桁かけ算の教授学習に寄与させるため，小学生を対象として問題を解答させ，難易に影響している要因を検討した。後藤(1999a)は児童に計算させた解答の誤答要因を分析し，後藤（2002）は，問題提示から解答までの時間を用いて一桁かけ算における数の表象構造を探った。後藤（2015，2016，2018）は，数そのもの性質，被乗数と乗数の組み合わせが学習者である児童に与える影響について明らかにした。

一方，被乗数と乗数がともに整数であり，いずれか，または両方が2位数以上であるかけ算（以下，かけ算筆算と記す。）についての研究は一桁かけ算よりも後になって着手された。Dansereau & Gregg（1966）が二～四桁の問題の解答時間を測定して認知的な分析を行い，続いてDansereau（1969）が情報処理モデルの視点から考察を加えている。上岡・江川（1993，1994）や天岩（1999）は児童に計算させた解答の誤答分析を行い，それに基づいた指導方法の提案，手続きと意味理解の関連性の分析を行った。西谷（1993）は児童におけるかけ算筆算のストラテジー分析を行っている。星（1993）は学校教育における指導方法を提案し，高田（1991）は自ら企画した授業案の実践を加えて結果の分析にも及んでいる。

以上のような学習課題についての研究価値の1つは，それが学習者にとってどのような意味を持つのかを明らかにすることであろう。その方法として，学習者が学習課題に取り組み，その結果から課題に対する学習者の性質を探る場合，課題の方を厳密に統制する必要があると考える。結果がたまたま取り上げた問題に左右される可能性を排除しないと，一貫した有益な結果が得られないからである。その点，前記の研究では分析のために用いた問題の基準が明確にされていない。

また，算数学習においては，教授者が扱う教材をどの様に系列化し，学習者に提示していくかが学習効果に影響を与える一要因となるであろう。そのための教材の系列化に関する理論がいくつか提出されている。Gagné & Briggs（1974）の学習階層性による教材分析，Ausubel（1968），

Hartley & Davies（1976）の先行オーガナイザーを用いる方法，Suppesら（1968），Suppes & Morningstar（1972）の教材を構成している要因（彼らは構造変数とよんでいる）の難易度を予測し，それらの組み合わせから系列化を進めるという方法などである。系列化の観点からも学習課題の整備は必要となろう。そこで，後藤（1993，1994，1995，1999b）は，整数の二桁×一桁（以下，二桁かけ算と記す。），三桁×一桁（以下，三桁かけ算と記す。）の筆算問題について，構成要素を基準として問題を類型化し，更に難易差を配慮してそれらを系列化した教材を作成し，その結果を活用してコンピュータを利用した教授学習支援システムの開発に至っている。

一方，かけ算筆算を解答する際には，手続きとしての一桁かけ算とその結果を加算するたし算の繰り返し，及び十進位取り記数法，かけ算の計算法則が基礎となる（日本数学教育学会（1992））。よって，一桁＋一桁（以下，一桁たし算と記す。）と一桁かけ算の難易はかけ算筆算にも影響する可能性がある。そこで，後藤（2017，2019）は，後藤（1993）で類型化した結果を用い，反応時間（１問の解答に要した時間）と正答率（解答数に対する正答数の百分率）を指標として，一桁たし算と一桁かけ算の難易が三桁かけ算の難易に影響することを明らかにした。

更なる影響要因として，ワーキングメモリーの音韻ループにおける情報量，中央実行系による部分積への注意の割り当てなどと関係して，計算過程で部分積を紙面に記述するか否かの違いが挙げられる（以下，部分積を問題用紙に記述しない方法を短乗法，記述する方法を長乗法と称する。）。短乗法と長乗法では解答の処理過程が異なるため，情報の処理速度や解答の正確さに違いが生じる可能性がある。本研究では，後藤（1993）の結果を用いて三桁かけ算を材料とし，短乗法と長乗法の問題を児童に解答させて，部分積の記述の有無が処理速度や正確さにどのような影響を及ぼすか，反応時間と正答率を手がかりに学年差を含めて発達的な視点を加えて明らかにし，さらに教授学習過程について考察を加えることを目的とする。

Ⅱ　方　　法

１．対象

公立小学校３年生127名，４年生114名，５年生151名，６年生139名　計531名

２．材料

三桁かけ算のうち，１，10，100の各位で行う一桁かけ算の結果が二桁になり，全て次の位へ繰り上がる問題のみを使用した。さらに計算過程の10，100の位で行うたし算に繰り上がりがない問題，２回ある問題に区別して各々20問ずつ用意した。両者について短乗法，および長乗法で解答する２種類の問題用紙を作成し，計４種類の問題用紙を使用した。短乗法と長乗法では同じ問題を用いた。問題を全て筆算形式で提示した。長乗法の部分積を記す箇所については，書きやすいように直線を横に引き，答の行を含めて４行に区分した。たし算の繰り上がりの有無が異なる問題間で，計算過程の一桁かけ算で使われる数字が偏らないように配慮した。

3．手続き

実験の進行は学級担任によって管理され，次の手順で行った。

①担任の判断により，集団間に学力差がないように配慮して各学年の児童を４集団ずつに分けて被験者を構成した。

②前記の４種類の問題用紙を１種類ずつ集団別に割り当てて，集団間で異なった問題用紙を配布した。即ち，各学年とも，同一集団には同一の問題用紙を配布した。

③被験者には配布された問題用紙の全20問を解答するように指示した。

④被験者に対して，実験に先立ってその計算手続きを確認するために，担任が解答方法のデモンストレーションを行った。

⑤担任の合図により全被験者が一斉に解答を始めた。

⑥全問題の解答を終了した時点で被験者に挙手をさせた。

⑦担任は解答開始からの時間を測定し，被験者の挙手と同時に時間を告知し，本人にそれを記入させた。

⑧全被験者の解答が終了した時点で実験を終了した。

Ⅲ　結　　果

計算不能，あるいは解答用紙が未完成であった３年生１，４年生２，５年生１，６年生３名を除外し，たし算に繰り上がりがない問題では３年生72，４年生59，５年生80，６年生69名，ある問題では３年生54，４年生53，５年生70，６年生67名の計524名を分析の対象とした。

1．反応時間について

学年，たし算の繰り上がりの有無，短乗法・長乗法別に，被験者１人当たりの反応時間の平均値と標準偏差を示したものが表１，図１・２である。

（１）　たし算に繰り上がりがない問題

反応時間について，４（学年：３～６年）×２（短・長：短乗法・長乗法）の分散分析を行った

表１　反応時間（sec）の平均値（M）・標準偏差（SD）

学年	繰り上がりなし				繰り上がりあり			
	短乗法		長乗法		短乗法		長乗法	
	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD
３年生	21.6	12.1	22.3	12.7	28.3	11.5	17.9	5.1
４年生	15.0	6.7	16.3	7.0	15.2	5.8	17.6	4.2
５年生	11.7	6.0	12.7	7.3	17.5	9.8	15.7	5.6
６年生	11.9	4.5	14.2	4.4	14.9	5.1	13.8	5.6

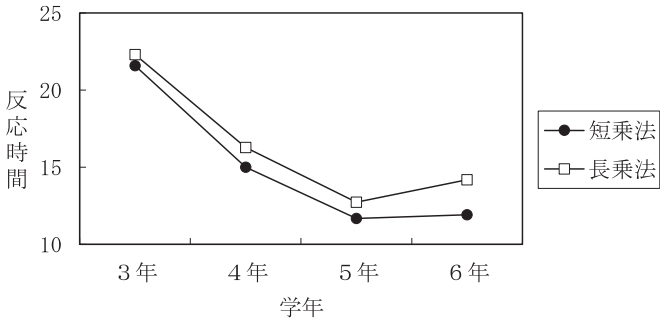

図1　学年別の反応時間の平均値（sec）（たし算の繰り上がりなし）

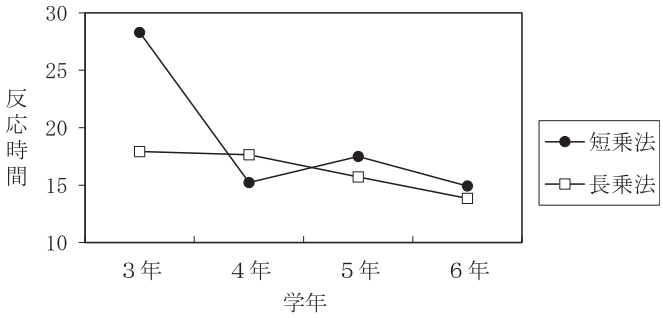

図2　学年別の反応時間の平均値（sec）（たし算の繰り上がりあり）

結果，学年の主効果（F（3,272）＝23.122，p＜.01）が有意であった。多重比較を行ったところ，３年生と４～６年生が１％水準で有意であった。これより，３年生は４～６年生より反応時間は長いことが示された。短・長の主効果，学年と短・長の交互作用は有意でなかった。

（２）　たし算に繰り上がりがある問題

反応時間について，４（学年：３～６年）×２（短・長：短乗法・長乗法）の分散分析を行った結果，学年の主効果（F（3,236）＝14.568，p＜.01），学年と短・長の交互作用（F（3,236）＝5.792，p＜.01），が有意であった。交互作用が有意であったので短・長における学年の単純主効果を検定したところ，短乗法，長乗法ともに１％水準で有意であった。そこで多重比較を行ったところ，短乗法では３年生と４～６年生が１％水準で有意であった。これより３年生は４～６年生より反応時間は長いことが示された。長乗法では３・４年生と６年生が１％水準で有意であった。これより３・４年生は６年生より反応時間は長いことが示された。また，学年における短・長の単純主効果を検定したところ，３年生が１％，４年生が５％水準で有意であった。これより３年生では短乗法が長乗法より，４年生では長乗法が短乗法より反応時間は長いことが示された。短・長の主効果は有意でなかった。

2．正答率について

学年，たし算の繰り上がりの有無，短乗法・長乗法別に，被験者１人当たりの正答率の平均値と標準偏差を示したものが表２，図３・４である。

表２　正答率（%）の平均値（M）・標準偏差（SD）

学年	繰り上がりなし				繰り上がりあり			
	短乗法		長乗法		短乗法		長乗法	
	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD
３年生	84.7	12.9	93.6	7.2	69.0	14.3	86.4	7.2
４年生	92.6	7.3	95.0	4.2	72.5	27.0	89.4	8.4
５年生	93.0	6.9	93.6	7.8	75.1	16.7	91.2	9.2
６年生	93.2	9.0	95.0	7.3	79.1	23.9	91.6	5.5

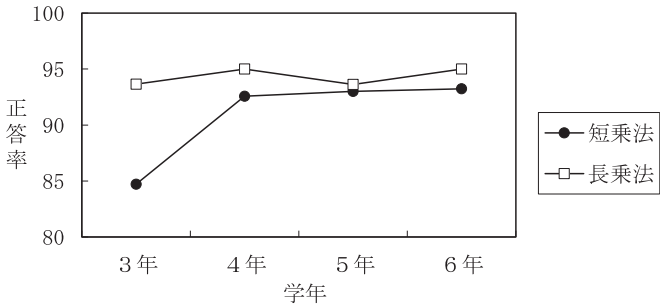

図３　学年別の正答率の平均値（%）（たし算の繰り上がりなし）

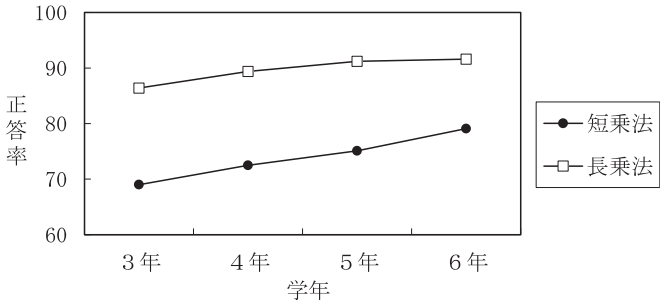

図４　学年別の正答率の平均値（%）（たし算の繰り上がりあり）

（１）　たし算に繰り上がりがない問題

正答率について，４（学年：３～６年）×２（短・長：短乗法・長乗法）の分散分析を行った結果，学年の主効果（$F(3,272)=4.624$，$p<.01$），短・長の主効果（$F(1,272)=11.155$，$p<.01$），学年と短・長の交互作用（$F(3,272)=2.972$，$p<.05$）が有意であった。交互作用が有意であっ

たので，短・長における学年の単純主効果を検定したところ，短乗法では１％水準で有意であった。そこで多重比較を行ったところ，３年生と４～６年生が１％水準で有意であった。これより４～６年生は３年生より正答率は高いことが示された。長乗法は有意でなかった。また，学年における短・長の単純主効果を検定したところ，３年生のみ１％水準で有意であった。これより，３年生では長乗法が短乗法より正答率は高いことが示された。

（２）　たし算に繰り上がりがある問題

正答率について，４（学年：３～６年）×２（短・長：短乗法・長乗法）の分散分析を行った結果，学年の主効果（$F(3,236)=4.883$，$p<.01$），短・長の主効果（$F(1,236)=38.795$，$p<.01$）が有意であった。学年の主効果が有意であったので多重比較を行ったところ，３年生と５・６年生が１％水準，４年生と５年生が５％水準で有意であった。これより，５・６年生が３年生より，５年生が４年生より正答率は高いことが示された。また，短乗法・長乗法の主効果が有意であったので，長乗法が短乗法より正答率は高いことが示された。学年と短・長の交互作用は有意でなかった。

Ⅳ　考　　察

１．解答の処理速度について

反応時間の短い方が長い方よりも処理速度は速いと解釈する。

たし算に繰り上がりがない場合は，短乗法，長乗法の区別なく，３年生のみが４～６年よりも反応時間が長く，処理速度は遅いことが示された。これは，学校での三桁かけ算学習からさほど時間を経過していない３年生と熟達化した他の学年との発達差が存在すると解釈できる。後藤（2015，2016，2017，2019）により，一桁かけ算や三桁かけ算の処理速度は３年生より４年生以上で早くなっていることがそれを裏付けている。処理速度は３年生よりも早いが４～６年生で差はなかったのは，４年生で天井効果を示しているとも考えられる。

短乗法と長乗法で処理速度に差がなかったのは，ワーキングメモリーと部分積の記述との関係で説明できる。短乗法では，１～100の位で行った一桁かけ算の結果を記銘して答を記述するまで音韻ループに保持しなければならず，更に中央実行系は10，100の位のたし算にも注意を割り当て，それら全ての結果として答を想起して記述しなければならない。一方，長乗法では，部分積を全て問題用紙に記述するためそれらの操作は必要なく，部分積を記述するまでの間のみ音韻ループに保持するため短乗法よりも短時間になるが，それを記述することにおいて短乗法よりも時間を要する。以上のように，両者は異なった操作に時間を費やしたことになるが，それらが相殺され，短乗法と長乗法における処理速度に差がなかったと解釈できる。

繰り上がりがある場合は，短乗法，長乗法で若干の相違はあったが，３，または３・４年生は高い学年よりも反応時間が長く，処理速度は遅かった点で同様であった。これは，前記と同じく熟達化による発達差と解釈できる。一方，学年別では，３年生のみ短乗法の方が処理速度は遅かっ

た点が繰り上がりのない問題とは異なった。繰り上がりの有無が異なると，答を記述するためのワーキングメモリーの働きも異なる。短乗法では，たし算が繰り上がると繰り上がった１を音韻ループに保持しなければならない分だけ負担が増す。用いた問題は繰り上がりが２回であったため，保持する情報が２つ増すことになる。更に中央実行系は，繰り上がった１を該当する位に加算する注意を２つ割り当てなければならない。学校での学習が終えて間もない３年生にとっては，それらの負担に対応するべく熟達がなされていなかったと考えることができる。４年生の長乗法の処理速度が遅かったのは３年と異なるが，本研究ではその要因を明らかにできなかったので今後の検討課題としたい。

２．解答の正確さについて

正答率の高い方が低い方よりも解答は正確であると解釈する。

たし算に繰り上がりがない場合は，短乗法で４～６年生は３年生より正答率は高く，計算は正確であることが示された。短乗法では，１～100 の位で行った一桁かけ算の結果を記銘して音韻ループに保持し，更に中央実行系は 10，100 の位のたし算にも注意を割り当て，それら全ての結果として答を想起して記述しなければならない。学校での三桁かけ算学習からさほど時間を経過していない３年生はこれらの複雑な操作に不慣れ，または未着手であり，熟達化した他の学年との発達差があったのかもしれない。４～６年生で差がなかったのは，４年生で天井効果を示しているとも考えられる。

長乗法では学年差がなかった。短乗法では前記のような操作が必要なのに対して，長乗法では部分積を全て問題用紙に記述するためそれらは必要なく，音韻ループに保持するのは一桁かけ算の部分積のみであり，それを記述して縦に加算するだけで答を算出できる。この操作の容易さが３年生に追い風となり，４～６年生並みに熟達化を促進させたのかもしれない。実際，後藤（2017）では，容易な問題に学年差が見られない結果もあった。

また，３年生では，短乗法より長乗法の方が正答率は高く，計算は正確であった。長乗法では部分積を書き留めた後で答を記す。従って，計算過程でたし算を行う際は，加数，被加数を視覚的に入力しながら解答できる。これは，１年生から繰り返し経験しているたし算の計算であり，３～６年生が共に熟達している操作である。対して，短乗法では最終的な答を記述するまで部分積を音韻ループに保持しなければならない。この操作は３年生で初めて経験するため，１年以上かけて熟達した４～６年生とは異なる。この違いが関与して３年生と４～６年生の差が生じ，３年生では短乗法と長乗法の正答率に差が生じたと思われる。

繰り上がりがある場合は，５・６年生が３年生より，５年生が４年生より正答率は高く，計算は正確であることが示された。上級生が下級生よりも正確であるのは，前記の通り熟達化の影響と思える。ただし，６年生と４年生に正答率の差がなかった要因については，本研究から見いだされなかった。

また，学年に関係なく長乗法が短乗法よりも正答率は高く，正確であることが示された。繰り上がりがある場合の短乗法は，１～100の位で行った一桁かけ算の結果を記銘して音韻ループに保持し，更に中央実行系が10，100の位のたし算にも注意を割り当てるだけでなく，計算過程におけるたし算で２回繰り上がった１を保持，割り当てしなければならないため，繰り上がりがない場合よりも余計に複雑である。そこでワーキングメモリーの容量の問題が浮上する。短乗法では３つの部分積，３つのたし算の結果，繰り上がった２つの１を保持しなければならなく，これだけでもミラー（1956）の示した情報量７±２の範囲に含まれ，個人差があるとしても使用容量は限界に達している，あるいは越えている被験者もいる可能性がある。そうなると学年よりも情報量の問題となる。そのため，学年と関係なく，短乗法は，ワーキングメモリーの使用容量が多くて計算が複雑な分だけ長乗法よりも正答率は低かったと考えられる。

Ⅴ　かけ算筆算の教授学習過程における短乗法，長乗法の扱いについての一考察

文部科学省（2018a）による小学校学習指導要領（平成29年告示），第２章各教科，第３節算数，第２各学年の目標及び内容，第３学年，２内容，A数と計算，（３）アでは，児童に身に付けさせる内容として「（イ）乗法の計算が確実にでき，それを適切に用いること。」と示されている。これより，かけ算の計算が正確にできること，即ち高い正答率が求められていると理解できる。

更に，文部科学省（2018b）による小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編，第３章各学年の目標及び内容，第３節第３学年の目標及び内容，２第３学年の内容，A数と計算，A（３）乗法の（内容の取扱い）（２）では，前記（イ）について「（前略）簡単な計算は暗算でできるように配慮するものとする。」と示されている。また，同ア知識及び技術の（イ）では，それについて「（前略）ここでいう簡単な計算とは，２位数に１位数をかける程度の乗法であるが，その扱いについては，児童にとって過度の負担にならないよう配慮する必要がある。（後略）」と解説している。以上より，二桁かけ算では暗算できることが求められているものの，三桁かけ算では必ずしもそうではないこと，暗算は児童の負担にならない程度に配慮することが必要とされている。

日本数学教育学会（1992）によれば，暗算とは「計算の過程を計算機や具体物操作で行ったり，紙の上で書いたりしないで，頭の中だけで行うこと。」とされている。長乗法では，計算過程の部分積を紙面に記述するため暗算とはいえない。一方，短乗法は答を記入するまでの計算過程で文字の記述，計算機や具体物の操作を一切行わないで頭の中だけで計算するため，暗算に相当するといえよう。

以上より，長乗法と短乗法の活用は，小学校学習指導要領（平成29年告示），及び小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編（以下，学習指導要領等と記す。）の内容を児童に現実化させる問題と関係するといえる。その際に配慮すべき点は，まず，かけ算筆算の計算が確実にできる，即ち可能な限り高い正答率を児童に実現させることである。次に，二桁かけ算については暗算，換言すれば短乗法の使用に配慮するが，それが児童にとっての過度の負担にならないよう

にすることである。これらを踏まえたかけ算筆算の教授学習過程が，小学校学習指導要領等によって求められていることになる。

児童の学習の進め方として，オペラント条件付けのシェイピングを応用したプログラム学習が参考になる。鈴木（2000）によれば，その基本原理の一つであるスモールステップの原理とは，最終目標に向かって一歩一歩段階を追って進めていくことである。これに従うとすれば，かけ算筆算を構成している次の要素を配慮した学習過程が必要と考える。それは，扱う問題の桁数，一桁かけ算の繰り上がりの有無，たし算の繰り上がりの有無，長乗法と短乗法である。

これらの要素を区別して，鈴木（2000）の考えに沿ってより複雑で高次の目標へ段階を追って向かうためには，次に従う教授学習過程が必要と考える。桁数についてはかけ算筆算の代表例として，二桁かけ算からより複雑な三桁かけ算を区別する。各々に共通して，一桁かけ算の繰り上がりなしは次の位でたし算を行わないため計算が単純であり先に，その後たし算を行うためにより複雑になる繰り上がりありへ，後藤（2011）が示した計算の難易の違いにより，たし算の繰り上がりがない易しい問題から繰り上がりがある難しい問題へ，本研究の結果より正答率の高い長乗法から低い短乗法へ展開するのが望ましいと考える。

その上で，本研究の結果を参考にして，小学校学習指導要領等の内容を実践するために，問題の桁数を区別して，長乗法と短乗法を扱う教授学習過程についてさらに提案する。二桁かけ算については，前記のとおり，暗算ができる，即ち短乗法の使用に配慮することとされている。同時に，児童にとって過度の負担にならないよう配慮するため，長乗法での正答率の高さを評価しながら，その高低に応じて個別に対応することが必要である。

三桁かけ算については，小学校学習指導要領等では暗算，即ち短乗法の使用が求められていない。よって，原則として長乗法の正答率を高めさせることが最優先と考える。本研究の結果から，たし算に繰り上がりがない問題では3年生のみ長乗法の方が短乗法よりも正答率が高かった。よって三桁かけ算を初めて学習する3年生においては，短乗法の使用を求めず，奨励するとしても両者の方法に正答率の差がない4年生以上に限定した方が望ましいと考える。繰り上がりがある問題では学年に関係なく長乗法が短乗法よりも正答率は高かった。よって，短乗法での解答を原則として求めないのが適切と考える。むろん児童によって個人差はあるため，両者の正答率に差がないことを望める場合はその限りではないであろう。

引用文献

天岩静子（1999）．ゼロを含む多桁かけ算の理解に関する一考察―小学校4年生の誤答にもとづく分析―　信州大学教育学部紀要，98，75-86.

Ausubel, D. P. (1968). Educational Psychology: A cognitive view. Holt, New York.

Dansereau, D. F. & Gregg, L. W. (1966). An information processing analysis of mental multiplication. Psychonomic Science, 6, 71-72.

Dansereau, D. F. (1969). An information processing model of mental multiplication. Abstracts

International, 30 (4-b), 1916.
Gagné, R. M., & Briggs, L. J. (1974). Principles of instructional design. New York: Holt.
後藤聡（1991）．かけ算九九の難易に影響を及ぼす要因の分析　天使女子短期大学紀要，12，29-40.
後藤聡（1993）．かけ算筆算問題の難易の構造化とコンピュータ利用―Ⅲ×Ⅰ―　日本教育工学会研究報告集，JET93-6，49-56.
後藤聡（1994）．かけ算筆算問題の類型化と構造化―Ⅱ×Ⅰ―　天使女子短期大学紀要，15，99-103.
後藤聡（1995）．かけ算筆算問題の難易構造と指導の適性化―Ⅱ×Ⅰ―　天使女子短期大学紀要，16，11-17.
後藤聡（1999a）．かけ算九九誤答要因の分析　日本科学教育学会第 23 回年会論文集，395-396.
後藤聡（1999b）．かけ算の類型化と学習のためのデータバンキング化　日本教育工学雑誌，23 (Suppl.)，105-110.
後藤聡（2002）．かけ算九九の数の表象構造　天使大学紀要，2，25-33.
後藤聡（2011）．難易を基準にした 1 桁たし算の教育課程　天使大学紀要，11，11-20.
後藤聡（2015）．かけ算九九の同数効果―被乗数ごとの検討―　日本教育心理学会第 57 回総会論文集，138.
後藤聡（2016）．かけ算九九の同数効果―発達差を含めた乗数ごとの検討―　日本教育工学会第 32 回総会論文集，453-454.
後藤聡（2017）．かけ算筆算の難易に影響する一桁たし算の難易に関する発達的研究　北海学園大学学園論集，172，1-13.
後藤聡（2018）．0，1 を含む一桁かけ算の反応時間に関する発達的研究　日本発達心理学会第 29 回大会論文集，325.
後藤聡（2019）．かけ算筆算の難易に影響する一桁かけ算の難易に関する発達的検討と教授学習過程　北海学園大学学園論集，180，25-39.
Hartley, J. & Davies, I. K. (1976). Preinstructional strategies: The role of pretests, behavioral objectives, overviews and advance organizers. Review of Educational Research, 46, 239-265.
星範雄（1993）．2 年，3 年の（十何）×（何の掛け算）―基礎的な計算を活用して数理的な処理のよさをつかませる乗法指導―　日本数学教育学会誌，75，86-89.
Miller. G. A (1956). The Magical number seven, plue or minus two: Some limits of our capacity for processing information. Psycological Review, 63, 8, 1-87.
文部科学省（2018a）．小学校学習指導要領（平成 29 年告示）　東洋館出版社.
文部科学省（2018b）．小学校学習指導要領解説算数編　東洋館出版社.
日本数学教育学会（1992）．算数教育指導用語辞典　新教社.
西谷さやか（1993）．乗法計算の Strategy の分析　日本教育心理学会第 35 回総会発表論文集，446.
Suppes, P., Jerman, M., & Brian, D. (1968). Computer-assisted instruction: The Stanford's 1965-66 arithmetic program. New York: Academic Press.
Suppes, P., & Morningstar, M. (1972). Computer-assisted instruction at Stanford, 1966-68: Data, models, and evaluation of the arithmetic programs. New York: Academic Press.
鈴木眞雄（2000）．発達と学習の個人差　多鹿秀継・鈴木眞雄（編著）　発達と学習の心理学　福村出版 182.
高田彰（1991）．整数の乗法の意味学習に関する研究　山梨大学教育学部研究報告，42，79-83.
上岡学・江川斑成（1993）．乗法の誤答分析とそれに基づく指導方法：小学校 3，4 年生を対象として　日本教育心理学会第 35 回総会発表論文集，447.
上岡学・江川斑成（1994）．乗法の誤答分析とそれに基づく指導方法：小学校 4 年生を対象として（追跡的研究）　日本教育心理学会第 36 回総会発表論文集，165.