HOKUGA 北海学園学術情報リポジトリ
学校法人北海学園
北海学園大学
北海商科大学

タイトル	杭打機の軟弱地盤における転倒メカニズムの解析
著者	當麻，庄司; Toma，Shouji
引用	工学研究：北海学園大学大学院工学研究科紀要(22): 3-17
発行日	2022-09-30

Hokkai-Gakuen Organization of Knowledge Ubiquitous through Gaining Archives.

研究論文

杭打機の軟弱地盤における転倒メカニズムの解析

當　麻　庄　司*

Analysis of Overturning Mechanism of Pile-Driving Machine on Soft Ground

Shouji Toma*

目　次

1．まえがき
2．構造安定の概念
3．転倒過程の分類と解明のアプローチ
　3.1　転倒過程の分類
　3.2　転倒解明のアプローチ
4．構造安定アプローチ（構造安定論）
　4.1　構造モデルと転倒荷重
　4.2　座屈後の挙動
　4.3　初期傾斜の転倒荷重への影響
　　4.3.1　荷重-変位角曲線
　　4.3.2　転倒荷重の低下率
　4.4　偏芯荷重の転倒荷重への影響
　4.5　初期傾斜と偏芯荷重のある場合
5．つり合い移行型の転倒過程
　5.1　必要回転ばね剛性
　5.2　つり合い移行型の転倒メカニズム
　5.3　移動時の転倒条件
　5.4　必要回転ばね剛性と地盤強度
6．予備実験結果の考察
7．安全基準の考察
8．あとがき

1．まえがき

杭打機やクレーンの軟弱地盤における転倒事故が多く発生している．その原因は，多くの場合地盤の支持力不足によりバランスを崩したということである．地盤の支持力不足にはそれぞれ事前に想定できなかった個別の要因を含んでおり，事故の調査ではそれらを明らかにすることに焦点が置かれる．これまで明らかにされた支持力不足の要因として隠れていた軟弱地盤があった，突風が吹いた，想定外の傾斜が生じた，敷き鉄板を置かなかった，安全装置の警報を無視した等の直接原因が指摘されており，これらは事故の引き金になった誘因とでもいうべきものである．事故原因の解明結果では，これらの誘因によって重機の作用接地圧力が地盤の支持力を上回ったとしている．

しかし，それでもなお事故が繰り返されるのは，原因は明らかにされた個別の要因だけではなく，その背景には事故に共通した素因（背後要因）が存在するのではないかという疑念が残る．そこには，構造安定論（Structural Stability）における柱の座屈（Buckling）にみられるような構造不安定（Instability）という素因が含まれているように思われる．もしそうだとすれば，転倒モーメントにより増大した作用接地圧と地盤支持力の大小比較だけでは原因解明は難しい．誘因は個別の直接原因であるのに対し，素因はそれぞれの事故に共通するむしろ根本的原因ともみなせるものである．軟弱地盤における杭打機やクレーンの転倒原因

* 北海学園大学名誉教授
Emeritus Professor, Hokkai-Gakuen University
大起コンサルタント㈱技師長
Chief Engineer, Taiki Consultant, Inc.

は，接地圧が支持力を上回ったことにあることは間違いないと思われるが，転倒に至るまでの過程に構造不安定が関連していることはこれまであまり検討されてこなかった．本論文では，杭打機転倒の素因として構造不安定があり，構造安定論を考慮した別視点からの考察を試みるものである．

軟弱地盤での構造不安定による転倒は，転倒モーメントがたとえゼロであっても起こり得るという観点に立つ．筆者はこれまで同種の事故であるクレーンやジャッキの転倒も含めて，この考えに基づいた原因調査もするべきであると提唱してきた[1)~3)]．特に，ジャッキの転倒による橋桁の落下事故については先に詳述したが，ジャッキの転倒も本論文と同じ構造モデルで論じることができ，共通点が多い[4)]．

図 1 は東大阪市で起こった杭打機の転倒事故を示すが，原因は施工手順に示されていた鉄板を敷かなかったための支持力不足であるとされている[5)]．この事故例でいえば，誘因は施工手順という安全工学上の問題であるが，その背景の素因には軟弱地盤上における構造不安定の問題があると思われる．本文は，これらの転倒事故には共通して構造不安定という素因が存在するという観点に立ち，杭打機に焦点を置いてその転倒のメカニズムの解明を目的とする．

2．構造安定の概念

ここでは，構造安定論を用いて転倒過程の解明をすることから，まず構造安定と不安定の概念について考察する．構造不安定は，柱の座屈，梁の横倒れ座屈，板のせん断座屈，骨組み（フレーム）の横方向の変形等，構造物の種類によって様々な形態をとる．しかも，荷重の作用方向とは異なる方向に変形が生じるので，想定外として予測が難しい．例えば，柱の座屈においては軸方向力しか作用していなくても（曲げモーメントが作用していなくても），突然曲がる．また，フレームにおいては，鉛直荷重しか作用していなくても横方向に倒れる．そして，いったん変形が始まると不安定ゆえに止めることができず，構造物の倒壊に至る．これらの構造不安定はいずれも剛性不足が原因であり，軟弱地盤で起こる杭打機の転倒もその一つであると考えられる．

図 2 は，構造安定と不安定を示す概念図である．これを杭打機が軟弱地盤にある場合の転倒問題に

図 1　東大阪市の杭打機転倒事故[5)]（1997）（写真：共同通信）

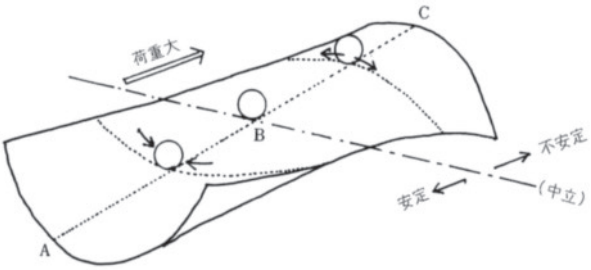


図 2　構造安定の概念

当てはめて考えると，杭打機の重量 P が転倒荷重 P_{cr}（中立）より小さければ“安定域”にあり，転倒は起こらない．中立線に近づくにつれて安定性が低くなり，$P>P_{cr}$ になると“不安定域”に入り，転倒が起こる．$P=P_{cr}$ が安定域と不安定域の境界（中立）である．ここでの荷重 P を基にした構造安定の概念は，次節以降で説明するように変位角をパラメーターにしても同様に考えることができる．変位角が転倒限界変位角よりも小さければ安定であり，大きければ不安定である．

一方，もし**図 2** の中央線 ABC 上に球（杭打機）があれば，“つり合い状態”にある．安定域のつり合い線上 AB 間にある球（杭打機）は，もし変位したとしても元に戻るが不安定域のつり合い線

BC 上の球（杭打機）はそこに止まり得ない．構造物がいったん不安定状態に陥ると，凸面上の球が転げ落ちるように杭打機は転倒する．ここで，留意すべき点は図 2 における“中立”の示す意味が，次節で述べる 3 つの転倒過程で異なることである．

3．転倒過程の分類と解明のアプローチ

3.1　転倒過程の分類

ここでは，軟弱地盤において杭打機が転倒に至る過程を次の 3 つに分類して考える．

(1)　転倒モーメント型

転倒モーメントが抵抗モーメントを超えたため転倒する．

(2)　構造不安定型

軟弱地盤において，座屈と同じように限界荷重（固有値）を超えたため構造不安定になり転倒する．

(3)　つり合い移行型

軟弱地盤に移動したときに，変位角がつり合い状態へ移行（増大）していく過程で転倒限界変位角を超えたため転倒する．

上記の 3 つは，杭打機の転倒に至るメカニズムがそれぞれ異なっている．軟弱地盤における事故にはこれらが相互に深く関係していると考えられ，まずこれらの転倒過程の理解が必要となる．そこでは，構造安定論による解析の特徴として荷重と変位角の関係が重要な役割を果たす．特に，杭打機の移動時に起こる転倒事故は，上記(3)つり合い移行型が深く関係していると思われる．

3.2　転倒解明のアプローチ

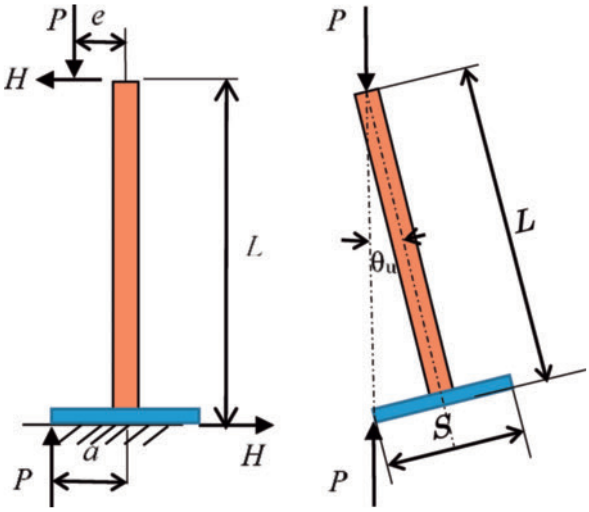
前節で述べた 3 種類の転倒過程の解明のために，ここでは次の 2 つのアプローチを適用する．

(1)　転倒モーメントアプローチ

一般に，杭打機の転倒問題の作用力は図 3 に示すように考えられる．これは“転倒モーメント型”として，その転倒条件（図 2 の中立）は作用力のつり合いから次の 2 つが考えられる．

図 3 (a)：転倒荷重 P の算定（直立時，水平荷重あり）

$$Pe+HL>Pa \tag{1a}$$



(a)直立時　　(b)傾斜時

図 3　“転倒モーメント型”転倒の作用力

図 3 (b)：転倒傾斜角 θu の算定（傾斜時，水平荷重なし，荷重の偏芯なし，）

$$\theta>\theta u=\tan^{-1}S/(2L) \tag{1b}$$

ここに，P＝杭打機の重量および地盤支持力，H＝作用水平力，L＝杭打機の重心高さ，e＝偏芯距離，a＝地盤支持力までの距離，θu＝杭打機の転倒傾斜角，S＝杭打機履帯の長さまたは左右履帯の間隔

通常，構造物の転倒問題は式(1a)を用いて，左辺の転倒モーメント Mt が右辺の抵抗モーメント Mr を上回るかどうかによって原因究明が行われる．特に，何らかの原因により水平力 H が働いたのではないか，という点に注目されることが多い．この時の転倒荷重（図 2 の中立）は Mt＝Mr により求められる．杭打機の場合，抵抗モーメントは地盤の支持力によって生じるが，接地圧がこの地盤支持力を上回ると転倒が起こるので，原因解明は両者の比較に焦点を置くことになる[6)7)]．

他方，式(1b)は杭打機のように，水平作用力がない場合の転倒傾斜角 θu（転倒する時の傾斜角度）を求める算定式である[6)]．同式は，杭打機が傾斜した場合に，杭打機重心と地盤支持点が同一鉛直線上にあれば（すなわち，Mt＝Mr），この時の傾斜角が転倒傾斜角 θu（中立）であることを示している．そして，杭打機の傾斜角が $\theta>\theta u$ であれば“転倒域（不安定域）”，$\theta<\theta u$ であれば“非転倒域（安定域）”にある．式(1a)と(1b)は，両式とも転倒モーメントと抵抗モーメントの比較という点で“(1)　転倒モーメント型”に属する．特に，

杭打機の現安定度基準の根拠となっている式(1b)は杭打機の寸法諸元から決まっており，式(1a)とは異なり杭打機の重量や地盤強度とは直接関係していない．地盤強度は，堅固であるとの前提の下，間接的にこの転倒傾斜角に傾くまで耐えられるかどうかに関係している．

⑵　構造安定アプローチ

構造安定アプローチでは，構造安定論（Structural Stability）を基礎にして転倒過程を解明する．構造物には，柱の座屈（Buckling）にみられるように限界荷重（座屈荷重）となる中立が存在し，これを超えると不安定域に入り倒壊が起こる．同様に，杭打機の“⑵　構造不安定型”の転倒は，荷重 P がこの限界荷重 P_{cr}（転倒荷重）を超えることによって起こると考えられる．ここでは，水平力の作用は関係なく，鉛直荷重の大きさが転倒の起こる中立の条件となる．

上記２つのいずれのアプローチにおいても，中立を超えて不安定になることにより転倒が起こる．異なる点は，杭打機のように水平力を無視できると考える場合，中立（転倒）の指標が“転倒モーメント型”では転倒傾斜角 θu であるのに対し，“構造不安定型”では転倒荷重になる．この限界荷重（転倒荷重）については次節で詳述する．

３つ目の転倒過程である“⑶　つり合い移行型”は，“転倒モーメント型”と“構造安定型”の両方が密接に関係しており，両アプローチからの検討が必要である．それらの関連性については次節以降に詳述するが，この“つり合い移行型”のメカニズムが杭打機の移動時の転倒事故解明に重要な意味をもつと考えられる．

４．構造安定アプローチ（構造安定論）

4.1　構造モデルと転倒荷重[8)]

構造安定アプローチは構造安定論に基づくものであり，ここではまず“構造不安定型”における転倒荷重を求めることにする．杭打機が軟弱地盤上に置かれている状態は，構造モデルとして図４に示す簡単な剛体-ばね系で表すことができる．ここでは，剛性の大きい杭打機を変形のない剛体とみなし，それを支持する軟弱地盤を回転ばねで表して単純化する．この構造系は，上部で横方向に拘束されていないという意味で，基本的に不安定構造である．同図から，この時の作用モーメントのつり合い式は次のようになる．

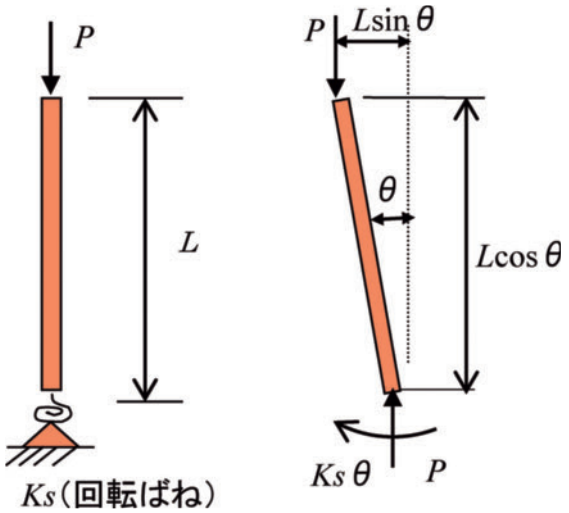


図４　剛体-ばね系の構造モデル[8)]

$$Ks\theta - PL\sin\theta = 0 \tag{2}$$

ここに，Ks＝回転ばね剛性（線形），P＝荷重（杭打機の自重），L＝荷重の作用高さ，θ＝変位角

上式は，杭打機の荷重-変位角（P-θ）関係におけるつり合い状態を表し，第１項は地盤反力から得られる復元モーメント（抵抗モーメントに相当）であり，第２項は転倒モーメントである．回転ばね剛性 Ks は地盤強度から決まり，変位角１ラジアンに対する復元モーメントである．ここでは，鉛直荷重が主であることから，水平荷重は無視されている．

構造安定アプローチの基本式⑵では荷重-変位角関係が得られることから，後述するように初期傾斜や偏心荷重の影響を考慮に入れることができる．ここでは，回転ばね剛性を簡単のため線形と仮定するが，そのことから変位角の大きさに比例して復元モーメントが働くことになる．しかし，この回転ばね剛性の仮定は実際の地盤特性に応じて適切な非線形モデルを導入するのが望ましく，今後の重要な研究課題である．

式⑵において，変位角 θ は微小であると仮定すると $\sin\theta \approx \theta$ となり，この剛体-ばね構造系の限界荷重（固有値）P_{cr}（Critical Load）は次の簡単な式で与えられる．

$$P_{cr} = \frac{Ks}{L} \tag{3}$$

杭打機の重量がこの限界荷重を超えて起こる転倒をここでは“構造不安定型”という．転倒時の

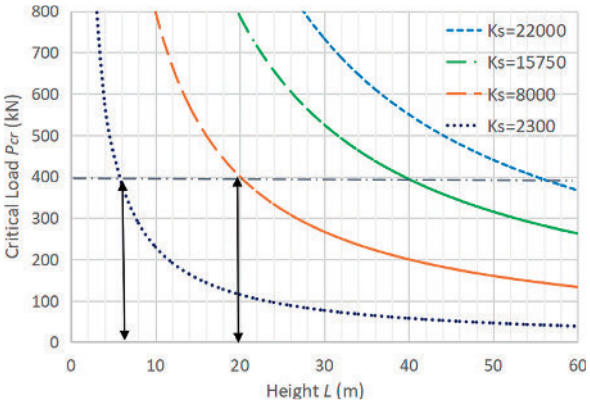


図 5　高さと回転ばね剛性の安定度への影響

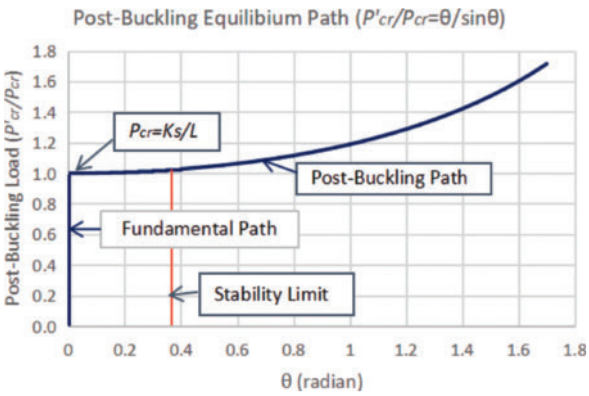


図 6　座屈後の挙動[8)]

つり合い式において，“転倒モーメント型”の式(1b)では荷重 P を消去して転倒傾斜角度 θu（固有値）を求めるのに対し，式(3)では変位角度を消去して限界荷重が求められる．この微小変形と線形の回転ばね剛性を仮定して得られる限界荷重式(3)は，よく知られている弾性柱におけるオイラー座屈荷重（$Pe=\pi^2EI/L^2$）に相当し，図 2 の中立に当たる．弾性柱において，座屈荷重に到達すると曲げモーメントが作用していなくても部材は曲がるように，杭打機の重量が限界荷重 P_{cr} を超えるとたとえ転倒モーメントがゼロでも転倒する．

いったん構造物が不安定域に入ると変形が元に戻らない状態になり，変位の増大による転倒は避けられない．そして，誘因になる要素（初期傾き，偏心，水平力等）が存在すると，式(3)の限界荷重よりも小さい荷重で転倒が起こる．実際，施工中にこれらの誘因を完全に避けることは難しいと思われ，後述するようにその影響は大きく，転倒が起こりやすくなる（“つり合い移行型”の転倒参照）．

式(3)によれば，杭打機が不安定になる限界荷重（転倒荷重）は重心の高さと支持部の回転ばね剛性の 2 要素から決まる．すなわち，杭打機の重心が高いほど，また地盤の回転ばね剛性が小さいほど転倒しやすくなる．これは，弾性柱における座屈荷重は部材長さと曲げ剛性の二つから決まるのと同じであり，剛体-ばね系構造では荷重高さが弾性柱における部材長さに，そして回転ばね剛性は曲げ剛性に相当する．

今，式(3)から，限界荷重 P_{cr} を縦軸にとり荷重高さ L を横軸にとって，一定の回転ばね剛性 Ks に対する関係をプロットすると，図 5 に示すようになる．この P_{cr}-L 曲線は，回転ばね剛性 Ks（地盤強度）が大きいほど荷重高さと限界荷重の大きい右上の方に寄り，転倒し難いことが分かる．そして，重心の高い杭打機は限界荷重が小さく，転倒しやすい．

今，仮に杭打機の重量 $P=400$ kN が与えられたとすれば，図 5 から $L=6$ m の場合は回転ばね剛性 $Ks=2300$ kNm，荷重高さ $L=20$ m の場合は $Ks=8000$ kNm が転倒安定限界（図 2 の中立）であることが分かる．このように，構造安定アプローチによって転倒安定限界（中立）に対する杭打機重量，高さおよび回転ばね剛性（地盤強度）の相互関係が得られる．ただし，これらの値は後述するように初期不整の影響を考慮すると大きく低下することになる．

4.2　座屈後の挙動[8)]

図 5 に示した剛体柱-回転ばね系の限界荷重（座屈荷重，転倒荷重）は，微小変形の仮定から構造安定限界の固有値として式(3)から得られた．しかし，杭打機の転倒をより精確に考える場合，微小変形理論から与えられる限界荷重（固有値）だけではなく，有限変形を考える必要がある．

有限変形解析の場合，式(2)のつり合い式から限界荷重 P'_{cr} とその時の変位角 θ の関係は次式で表される．

$$P'_{cr}=\frac{Ks\theta}{L\sin\theta} \tag{4}$$

上式から，荷重 P'_{cr} の増加に対する変位角 θ との関係を示すと図 6 のようになる．この図において，つり合い状態は荷重が 0（ゼロ）から限界荷重（固有値，式(3)）P_{cr} に達するまでは変位角 $\theta=0$ であり，固有値 P_{cr} に到達してからは変位角 θ の増加に伴って限界荷重がわずかに上昇する．

杭打機では，図 6 中に例示する転倒傾斜角

(Stability Limit) $\theta u=0.37$ ラジアン（21 度）程度で，転倒モーメントが抵抗モーメントを超えて転倒（“転倒モーメント型”）が起こると考えられる．すなわち，式(1b)から得られる転倒傾斜角 θu を超えると“転倒モーメント型”転倒が起こる．したがって，この程度の変位角では座屈後の荷重上昇は非常に小さいといえる．

この“構造不安定型”転倒では当初転倒モーメントがゼロであっても，荷重が式(4)の限界荷重 P_{cr} を超えると構造不安定により変形が増大し（座屈），転倒に至ることになる．

4.3　初期傾斜の転倒荷重への影響

4.3.1　荷重-変位角曲線

ここからは，杭打機の重量が図 6（あるいは式(4)）の限界荷重（座屈荷重）P_{cr} を超えない範囲での転倒について考える．軟弱地盤での杭打機の転倒は初期傾斜の影響を大きく受け，式(4)の限界荷重は低下する．図 7 は，地盤の傾斜や機械の揺動等により初期傾斜 θ_0 が発生した場合の構造モデルと作用力の状態を示す．同図から，作用モーメントのつり合い式は次のようになる．

$$Ks(\theta-\theta_0)-PL\sin\theta=0 \tag{5}$$

ここに，左辺第 1 項は地盤による復元モーメントであり，第 2 項は転倒モーメントである．上式から，荷重-変位角関係式は次のように得られる．

$$P=\frac{Ks(\theta-\theta_0)}{L\sin\theta} \tag{6}$$

上式において，初期傾斜がない場合の限界荷重 P_{cr}（式(3)参照）で無次元化すると，次のようになる．

$$\frac{P}{P_{cr}}=\frac{\theta-\theta_0}{\sin\theta} \tag{7}$$

式(7)から，異なる初期傾斜 θ_0 をもつ時の荷重-変位角関係をプロットすると，図 8 に示すようになる．同図は，荷重が増大して行く時の変位角との関係を表すものであり，図中の $\theta_0=0$ の線は図 6 の座屈後挙動である．図 8 の荷重-変位角曲線は，支持力の小さな軟弱地盤においても回転ばね剛性を線形と仮定しているため，変位角が大きくなると復元モーメントも増加し，$\theta_0=0$ の座屈後挙動線に漸近する．

しかし，変位角が大きくなると，“転倒モーメント型”の転倒条件（式(1b)）によって転倒が起こることになる．図中の縦線は，仮に転倒傾斜角

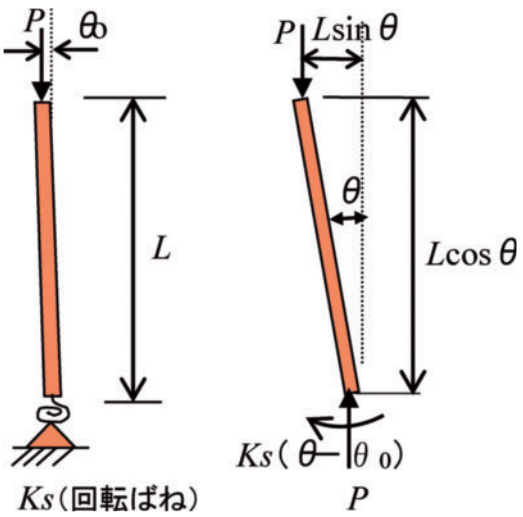


図 7　初期傾斜の構造モデル

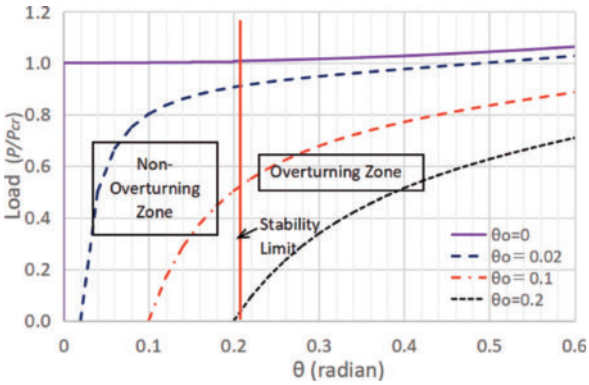


図 8　初期傾斜の荷重-変位角関係への影響

(Stability Limit) $\theta u=0.21$ ラジアン（12 度）とした時の位置を示す．この線より右側は $\theta>\theta u$ あるいは Mt>Mr の転倒する範囲“転倒域”(Overturning Zone) であり，左側は転倒しない範囲“非転倒域”(Non-Overturning Zone) である．変位角がこの境界線（中立）を超えると転倒することから“転倒モーメント型”であり，この境界線と荷重－変位角曲線との交点が転倒荷重 P_u を示すことになり，P_u/P_{cr} の無次元化した値で与えられる．ここにおいて，構造安定アプローチと転倒モーメントアプローチの接点がみられる．

図 8 をみると，初期傾斜がある場合転倒荷重は低下し，また荷重の増加に対応して接線剛性が徐々に小さくなって安定性は低下していくことが分かる．そして，初期傾斜が大きくなるにしたがって，変位角の増大度も大きくなる．図 8 の荷重－変位角曲線は，式(5)のつり合い式から導かれたものである．したがって，これらの曲線は荷重を基に考えると限界荷重より小さいことから，図

2の構造安定概念図の中央線AB間（安定域）上にあることに留意する必要がある．しかし，変位角を基に考えると転倒傾斜角を超えると，転倒に至ることになる．

4.3.2　転倒荷重の低下率

式(7)は $\sin\theta \approx \theta$ の成り立つ微小角度の範囲では，下記のようになる．

$$\frac{P}{P_{cr}}=1-\theta_0/\theta \tag{8}$$

初期傾斜がある場合の転倒荷重の低下率を考察するために，式(8)を次のように置き換える．

$$\frac{P_u}{P_{cr}}=1-\theta_0/\theta u \tag{9}$$

ここに，P_u＝転倒荷重，P_{cr}＝初期傾斜がない時の限界荷重，θ_0＝初期傾斜角，θu＝転倒傾斜角

式(9)をプロットすると，図9に示すようになる．縦軸 P_u/P_{cr} は初期傾斜がある場合の転倒荷重の低下率であり，横軸は転倒傾斜角に対する杭打機の初期傾斜角の比である．すなわち，杭打機に初期傾斜があると転倒荷重は線形で低下していく．例えば，今初期傾斜 $\theta_0=0.1$（5.7度）とし，転倒傾斜角を $\theta u=0.21$（12度）とすれば，この時の転倒荷重 P_u は初期傾斜がない時の限界荷重 P_{cr} よりも $\theta_0/\theta u=48\%$ 低下する．このことは，図8の初期傾斜 $\theta_0=0.1$ の曲線と転倒傾斜角との交点からもよみ取ることができる．

このように，杭打機は初期傾斜をもつと非常に転倒しやすくなる．換言すれば，傾斜のある地盤の影響は非常に大きいといえる．また，この初期傾斜には地盤の傾斜だけではなく，地盤表面の局部的な軟弱部分によって生じる傾斜，また剛体と仮定した杭打機体の弾性効果を伴う移動時の揺動等も含まれると考えられる．

4.4　偏芯荷重の転倒荷重への影響

初期傾斜と同様に，偏芯荷重も杭打機の安定性を低下させる．図10に，杭打機の重心が偏芯 e をもつ場合の構造モデルと作用力の状態を示す．同図から，作用モーメントのつり合い式は次のようになる．

$$Ks\theta-P(L\sin\theta+e\cos\theta)=0 \tag{10}$$

ここに，左辺第1項は復元モーメントであり，第2項は転倒モーメントである．上式から荷重-

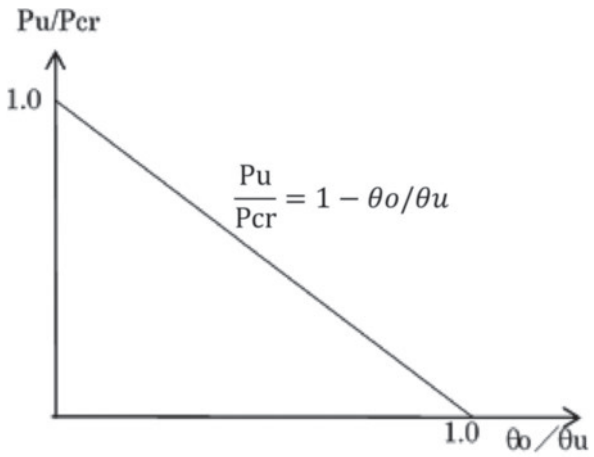


図9　転倒荷重の低下率（初期傾斜）

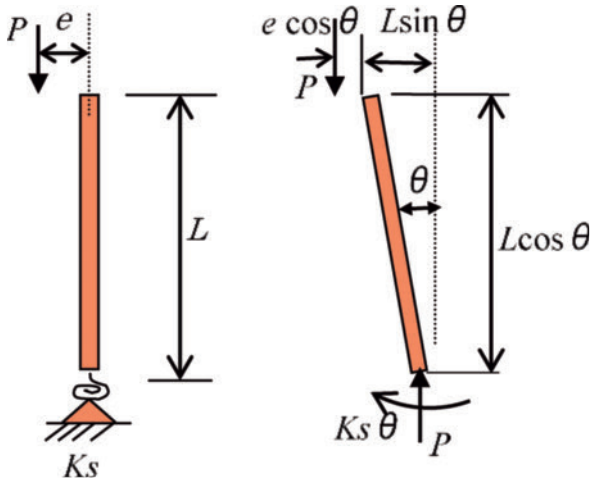


図10　偏芯載荷の構造モデル

変位角関係は次のように求められる．

$$P=\frac{Ks\theta}{L\sin\theta+e\cos\theta} \tag{11}$$

上式を偏芯載荷がない場合の限界荷重式(2)で無次元化すると，次のようになる．

$$\frac{P}{P_{cr}}=\frac{\theta}{\sin\theta+e\cos\theta/L} \tag{12}$$

さらに，$\sin\theta \approx \theta$ および $\cos\theta \approx 1$ の成り立つ微小角の範囲では

$$\frac{P}{P_{cr}}=\frac{1}{1+\left(\frac{e}{L}\right)/\theta} \tag{13}$$

となる．

式(12)から，重心が偏芯している場合の荷重-変位角関係を求めると図11に示すようになる．同図から，例えば $e/L=0.05$ の時 $P/P_{cr}=0.67$ の荷重が作用すると，同図の該当曲線から変位角は $\theta=0.1$ ラジアン（5.7度）となる．同様に，もし

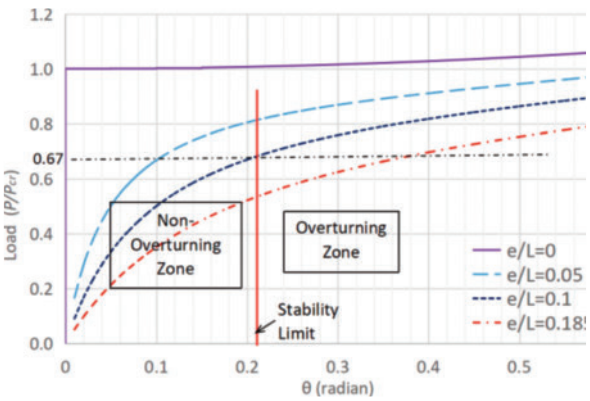


図 11　偏芯載荷の荷重-変位角関係への影響

$e/L=0.1$ の時 $P/P_{cr}=0.67$ の荷重が作用すると，同図の該当曲線から変位角 $\theta=0.21$ ラジアン（12 度）となり，同図中で仮定した転倒傾斜角（Stability Limit）θu に近づく．もし，$e/L=0.185$ であれば転倒傾斜角を超えて，杭打機は転倒することになる（“転倒モーメント型”）．そして，この時の転倒原因調査では，モーメントのつり合い式⑽において十分な復元モーメント（抵抗モーメント）を得られるだけの地盤支持力があったかどうかに主眼が置かれる．

図 11 の荷重-変位角曲線は，初期傾斜のある場合と同様に，図 2 における式⑶あるいは式⑷の限界荷重 P_{cr}（中立）を超えない範囲でのつり合い状態（中央線 AB 間上）を示していることに留意する必要がある．

4.5　初期傾斜と偏芯荷重のある場合

次に，初期傾斜と偏芯荷重の両方がある場合の安定性への影響を検討する．この時の構造モデルを図 12 に示し，作用モーメントのつり合い式は以下のようになる．

$$Ks(\theta-\theta_0)-P(L\sin\theta+e\cos\theta)=0 \tag{14}$$

ここに，左辺第 1 項は復元モーメントであり，第 2 項は転倒モーメントである．上式から荷重-変位角関係は次のように求められる．

$$P=\frac{Ks(\theta-\theta_0)}{L\sin\theta+e\cos\theta} \tag{15}$$

上式を初期傾斜や偏芯載荷がない場合の限界荷重式⑵で無次元化すると，次のようになる．

$$\frac{P}{P_{cr}}=\frac{\theta-\theta_0}{\sin\theta+e\cos\theta/L} \tag{16}$$

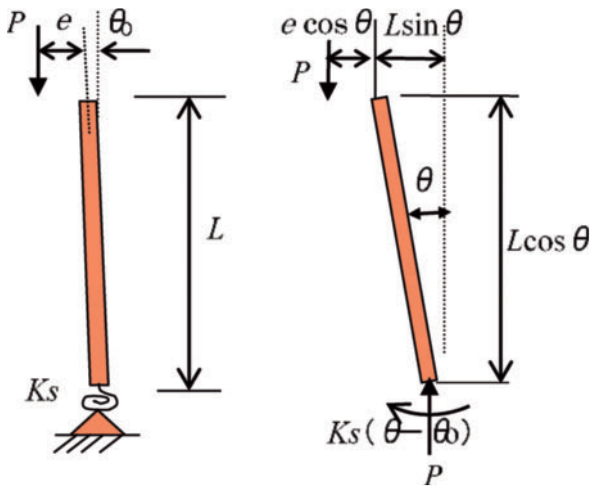


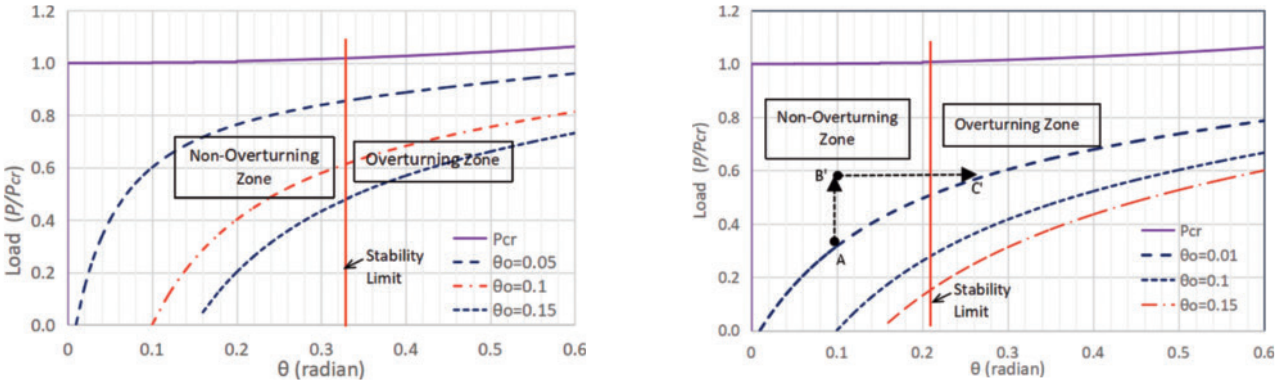
図 12　初期傾斜と偏芯載荷の構造モデル

さらに，$\sin\theta\approx\theta$ および $\cos\theta\approx1$ の成り立つ微小角の範囲では下記のようになる．

$$\frac{P}{P_{cr}}=\frac{1-\theta_0/\theta}{1+\left(\frac{e}{L}\right)/\theta} \tag{17}$$

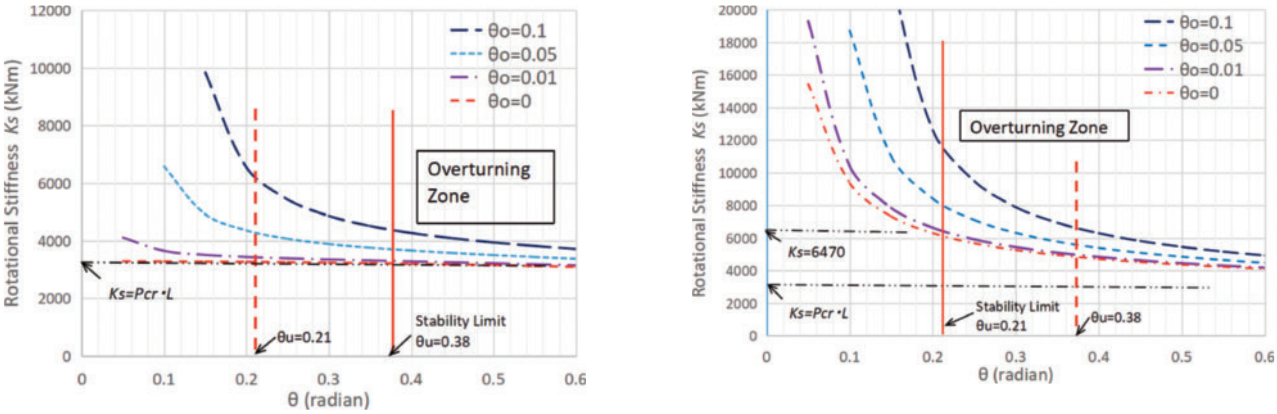
式⑹から，荷重 P と変位角 θ の関係を偏芯量が比較的小さい場合と大きい場合を図示すると，それぞれ図 13 (a) $e/L=0.05$，(b) $e/L=0.185$ のようになる．同図中には，例として式(1b)から求められる転倒傾斜角（Stability Limit）が示されている．いずれの場合も，初期傾斜と偏芯が個別にある時よりも影響が大きくなることが分かる．これらの曲線はつり合い式⒁から導かれているため，荷重を基に考えると図 2 構造安定概念図の中央線 AB 上にあることはこれまでと同様である．

今，図 13 (b) から転倒荷重を求めるために，例えば偏芯 $e/L=0.185$ および初期傾斜 $\theta_0=0.01$ ラジアン（0.57 度），転倒傾斜角を $\theta u=0.21$ ラジアン（12 度）と仮定すれば，同図の該当線との交点座標から約 $P_u/P_{cr}=0.5$ とよみとることができる．また，もし走行時の安定度基準 5 度（約 0.1 ラジアン）を初期傾斜とみなすと，図 13 (b) の該当線から約 $P_u/P_{cr}=0.28$ であることが分かり，いずれも初期傾斜も偏芯もない状態に比べて，転倒荷重は大きく低下する．このような初期不整の影響により，実際の現場では地盤次第で杭打機はバランスを崩しやすい状態になっていると思われる．ただし，ここで判明するのは P_u/P_{cr} の値であり，より詳細な検討のためには後述するように必要回転ばね剛性から P_{cr} の値を把握する必要がある．



(a) $e/L=0.05$　　(b) $e/L=0.185$

図 13　初期傾斜と偏芯がある場合の荷重–変位角関係



(a) $P=980$ kN，$e/L=0$　　(b) $P=980$ kN，$e/L=0.185$

図 14　ある杭打機の回転ばね剛性–変位角関係

次に，図 13(b) 中に示した経路 AB′C′ について説明する．今，仮に杭打機は当初のつり合い状態点 A からより軟弱な地盤 B′ に移動したとすると力のアンバランスが生じ，つり合い状態の点 C′ に移動しようとするが，もしその途中で転倒傾斜角を超えると転倒が起こる．これをここでは“つり合い移行型の転倒”と呼ぶが，これについてはさらに次節で詳述する（図 16 参照）．

以上のように，杭打機の転倒に至る条件は地盤の軟弱度，重心の偏芯量や初期傾斜等によって大きな影響を受けることが解る．そして，ここではその影響を数値解析で示しており，これらの要素を含めて転倒安全性の検討を行うことができる．

5．つり合い移行型の転倒過程

5.1　必要回転ばね剛性

ここでは，まず杭打機の転倒過程をより深く理解するために，比較的データの判明している転倒事故の一例について，前節の内容を適用して検討する．参考文献[6)7)] によれば，杭打機の自重は $P=980$ kN，水平方向と鉛直方向の偏芯比は $e/L=0.62\ \mathrm{m}/3.36\ \mathrm{m}=0.185$ である．これらをつり合い式(15)に代入して，異なる初期傾斜に対して回転ばね剛性–変位角曲線（Ks–θ 関係）を求めると図 14(b) に示すようになる．また，水平偏芯量 $e=0$ の場合を図 14(a) に示す．側方転倒傾斜角（安定度）は，式(1b) より $e/L=0.185$ の場合 $\theta u \fallingdotseq 0.21$（12 度）となり，また水平偏芯量 $e=0$ の場合は $\theta u \fallingdotseq 0.38$（22 度）となる．これらの転倒傾斜角を図 14 中に示す．

図 13 までは，荷重が増加していく時の変位角の変化をみてきたが，図 14 はある一定重量の杭打機（$P=980$ kN）に対して，つり合い状態における回転ばね剛性と変位角の関係を表している．すなわち，図 2 構造安定の概念図では中央線 AB 間のある一断面 $P=980$ kN に相当することを意

味している（後述の図 17 参照）．ここで，図 14(a) $e/L=0$ と (b) $e/L=0.185$ では，縦軸の回転ばね剛性が大きく異なっていることに注意されたい．

図 14 をみると分かるように，回転ばね剛性（地盤強度）が大きければ横軸の変位角は小さく，軟弱地盤だと変位角は大きくなる．特に，地盤強度が一定程度低下すると急速に変位が増大する．例えば，図 14(a) の杭打機は回転ばね剛性（地盤強度）が $Ks \approx 4000$ kNm 以下であれば非常に危険である．これは，この杭打機が構造不安定型の転倒を起こさないための必要回転ばね剛性を式(3)から求めると，図中に示すように $Ks=3290$ kNm であり，これにかなり近いことによる．このような場合，ちょっとした誘因によって転倒が起こることが考えられる．また，図 14(b) の杭打機の場合は $Ks \approx 8000$ kNm より小さくなると変位角が急速に大きくなり，危険な状態になることが分かる．特に，転倒傾斜角付近ではつり合い曲線の勾配はほぼ水平に近く変位の増加に伴う復元力の増加はあまり期待できず，傾き出した杭打機の慣性力が勝って転倒に至る可能性がある．

図 14 から，本杭打機の例における必要な回転ばね剛性 Ks を求めることができる．図 14 のつり合い曲線より左側は変位角がつり合い曲線に到達するまで増大して行くが，変位角が転倒傾斜角になると転倒する．すなわち，転倒傾斜角との交点が必要回転ばね剛性を示している．今，図 14 (b) の場合初期傾斜 $\theta_0=0.01$ ラジアンを仮定すると，その時の Ks-θ 曲線と転倒傾斜角（Stability Limit）$\theta u=0.21$ ラジアンとの交点（必要回転ばね剛性）は，図中に示すように $Ks=6470$ kNm となる（式⒅参照）．そして，初期傾斜 θ_0 が大きくなると必要回転ばね剛性はより大きくなることが分かる．ここで，回転ばね剛性と地盤強度の関係が得られると軟弱地盤における杭打機の転倒安全性が明確になる．

5.2　つり合い移行型の転倒メカニズム

ここでは，前節で述べた軟弱地盤における移動時の転倒メカニズムをより詳しく考察する．図 15 の Ks-θ 曲線は，図 14(b) の初期傾斜 $\theta_0=0.01$（0.57 度）を抜き出したもので，この杭打機がつり合い状態にある時の回転ばね剛性と変位角の関係を示している．この曲線より右側にある点 A は，前述のつり合い式⒁における第 1 項（復元モーメント）が第 2 項（転倒モーメント）よりも大きいため，変位は減少してつり合い状態点 B に戻る．つり合い曲線よりも左側の範囲にあれば逆のことがいえ，点 A′ の変位は増大してつり合い状態点 B′ に戻る．図 15 のつり合い曲線を境に，左側（あるいは下側）は“変位増大域”（Inclination Increase Zone）であり，右側（あるいは上側）は“変位減少域”（Inclination Decrease Zone）である．転倒モーメントアプローチでは転倒傾斜角 θu を境に転倒域と非転倒域に分かれるのに対し，構造安定アプローチではつり合い曲線を境に変位増大域と変位減少域に分かれる．そして，このつり合い曲線は，図 2 の安定概念で荷重を基に考えると中央線 AB 上にあることからいずれも安定域にあるが，つり合い曲線からずれていることは図 2 の中央線から離れた勾配上にあることを意味している（後述の図 17 参照）．したがって，いずれの場合も勾配上を下ってつり合い状態に戻ることになる．

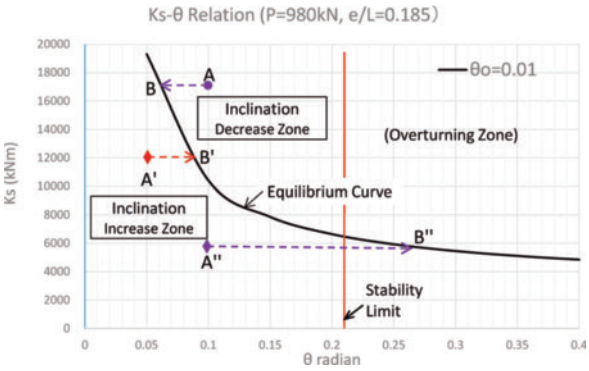
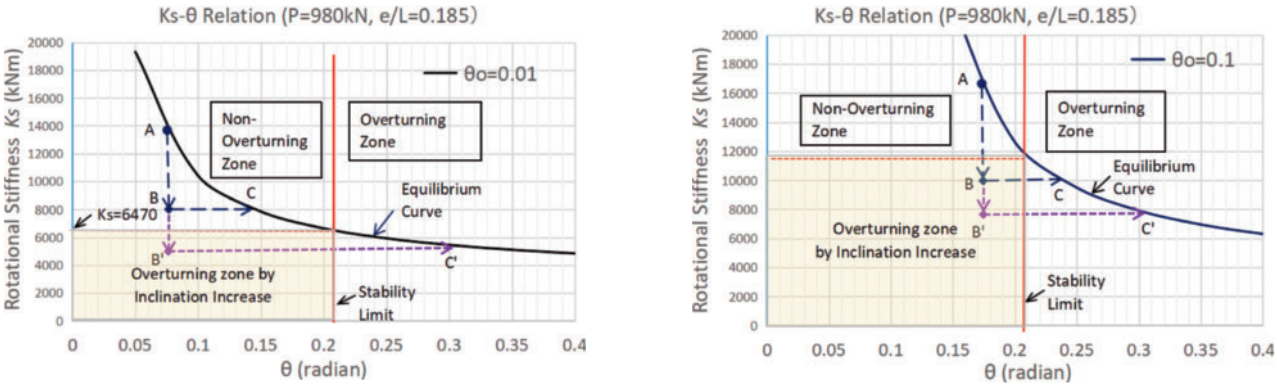


図 15　変位増大域と変位減少域

また，図 15 中の縦線は，“転倒モーメント型”による転倒傾斜角の式(1b)から $\theta u=0.21$ ラジアン（12 度）とした時の位置を示す．今，もし杭打機が図 15 中の変位増大域の点 A″ にあれば，つり合い状態である点 B″ まで移行する途中で転倒傾斜角 $\theta u=0.21$ ラジアン（12 度）を超えることになり，このことから転倒が起こると推測される．これが“つり合い移行型”の転倒メカニズムである．

5.3　移動時の転倒条件

杭打機は，軟弱地盤あるいは支持力不足とは気づかずに移動して転倒することが多い．ここでは，図 14 および図 15 で示した杭打機の例をとっ



（a）初期傾斜　$\theta_0=0.01$　　（b）初期傾斜　$\theta_0=0.1$

図 16　“つり合い移行型”の転倒条件

て，つり合い移行型の転倒過程を具体的に考察する．つり合い移行型の転倒が起こる条件は，図 16 に示すようにつり合い曲線と転倒傾斜角（Stability Limit）の交点より回転ばね剛性が小さい変位増大域（左下の範囲）である．この転倒条件を満足する範囲をここでは“変位増大転倒域（Overturning Zone by Inclination Increase）”と呼ぶ．したがって，転倒モーメントアプローチでは転倒しないとされる転倒傾斜角よりも左側（非転倒域）の範囲であっても，変位増大転倒域にあればつり合い移行型の転倒につながることが分かる．すなわち，図 16 に示す杭打機の回転ばね剛性–変位角関係図において，転倒条件の区分は 3 つの領域，“転倒域”，“非転倒域”および“変位増大転倒域”に分かれる．

今，杭打機は当初図 16 (a) 初期傾斜 $\theta_0=0.01$（0.57 度）の Ks–θ 曲線上のつり合い点 A の静止状態にあると仮定する．そこから移動して，たまたま軟弱地盤である点 B に来たとすると，前述のように支持力不足によりアンバランスが生じ変位（傾斜）が大きくなるが，点 C のつり合い状態で停止する．しかし，つり合い点 A からより軟弱な変位増大転倒域内の点 B′ まで移動してしまったとすると，つり合い状態の点 C′ に戻ろうとしたときに転倒傾斜角を超えてしまい，転倒が起こる．

この転倒過程を図 2 の荷重を基にした構造安定概念図から考察すると，図 17 に示すような図 2 の安定域の一断面（P＝980 kN の相当）で表される．すなわち，図 16 (a) の点 B′ は図 17 では斜面上の点 B′ にあることになる．そこから，杭打機の変位角は中央のつり合い状態点 C′ に向かって増大して行くが，その途中で転倒傾斜角（転倒モーメント型）を超えることによって不安定になり，転倒が起こる．換言すれば，杭打機が図 16 の点 B′ に移動した時点で転倒することが決まる．このように，変位増大転倒域（図 16 の左下）では転倒荷重（荷重の中立）よりも小さい安定域の範囲であるにもかかわらず，転倒傾斜角（変位の中立）を超えることにより転倒が起こる．

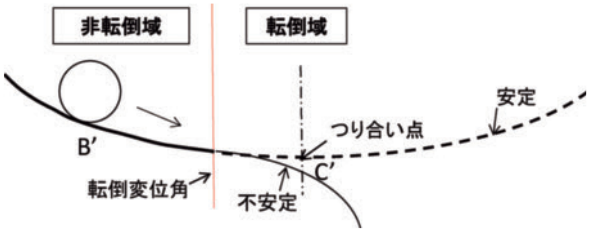


図 17　転倒過程の変位の移行

次に，初期傾斜が $\theta_0=0.1$（5.7 度）と大きい場合について考えると，図 14 (b) の該当する曲線から図 16 (b) に示すようになる．ここでは，変位増大転倒域が非常に広くなり，図中の点 B および B′ の両方ともつり合い状態に戻ろうとしたときに転倒傾斜角を超えて転倒する．このような状態になると，杭打機の安定性が非常に小さく転倒しやすい．以上のような杭打機の転倒過程では，当初 B′ から C′ に向かってゆっくりとした変位の増加が始まり，やがて転倒傾斜角を超えると転倒域に入るので変位が加速し，一気に転倒に至る．なお，図 16 において A から C あるいは C′ への移行過程は，つり合い曲線に沿って動くと考えることもできる．その場合，当初は回転ばね剛性の低下による変位の増大は小さいが，徐々にその割合は大きくなることが分かる．このことは，実際に起こった転倒現象によく似ていると思われる．

なお，ここでは変位が変化していく時の慣性力

は考慮していない．これまで，図 14 および図 15 でみてきたように地盤の軟弱性が大きい場合，転倒傾斜角度近くになると回転ばね剛性が水平に近くなり，変位の増加に対して復元モーメントの増加があまり期待できない．ということは，慣性力が復元力モーメントの増加を上回り，そのままずるずると転倒に至る可能性もある．

5.4　必要回転ばね剛性と地盤強度

ここでは，前節の杭打機の例[6)7)] について，転倒傾斜角 θu における必要回転ばね剛性 Ksr と地盤強度の関係を検討する．そのために，つり合い式⒁を次のように書き替える．

$$Ksr=\frac{P(L\sin\theta u+e\cos\theta u)}{\theta u-\theta_0} \tag{18}$$

上式は，転倒傾斜角 θu における回転ばね剛性を求めるものであり，それは転倒しないための必要回転ばね剛性である．この必要回転ばね剛性から，転倒傾斜角における必要な地盤強度が求められる．

今，側方転倒時のつり合い状態から，図 16(a) の場合の必要回転ばね剛性を求める．式⒅に，杭打機の自重 $P=980$ kN，鉛直重心位置 $L=3.36$ m，側方重心位置 $e=0.62$ m，転倒傾斜角 $\theta u\fallingdotseq 0.21$ ラジアン（12 度）および初期傾斜角の仮定 $\theta_0=0.01$（0.57 度）を代入すると，必要回転ばね剛性は図に示すように $Ksr=6470$ kNm/ラジアンとなる．

次に，この必要回転ばね剛性から必要地盤強度を求める．回転ばね剛性は，式⑵から分かるように変位角 1 ラジアンの時の復元モーメントに相当する．転倒傾斜角 $\theta u\fallingdotseq 0.21$ と初期傾斜角 $\theta_0=0.01$ から，この時の復元モーメントは M＝6470 x (0.21-0.01)＝1290 kNm となる．図 18 に示す杭打機履帯の接地圧を算定するために，次の想定値を代入する：d＝2.0 m，b＝0.66 m および c＝3.4 m．ここで，簡単のため履帯の接地圧は等分布であると仮定すると，これらの値から反力 R＝1290 kNm/2.66 m＝486 kN となり，杭打機の自重を含めた反力は左履帯 (980/2-486)＝4 kN，また右履帯 (980/2＋486)＝976 kN および平均接地圧 976/2.24＝436 kN/m^2 となる．この時の履帯の沈下量は (2.66/2) sin 0.20＝0.26 m となり，両者の関係は図 19 に示すようになる．すなわち，この杭打機の例では鉛直地盤反力係数が $kv=436/0.26=$

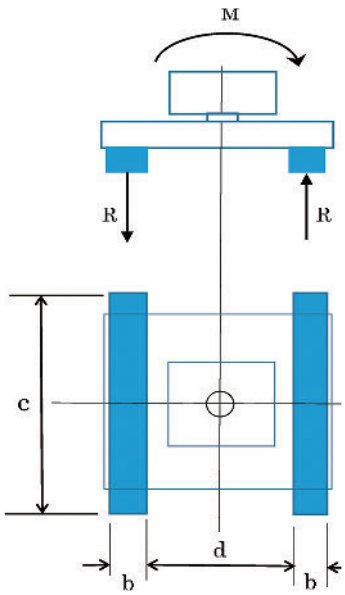


図 18　杭打機の履帯配置

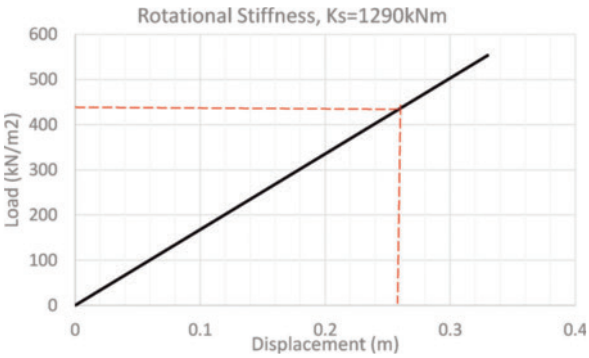


図 19　鉛直地盤反力係数の算定

1680 kN/m^3 より小さければつり合い状態になる前に転倒することになり，建設現場では少なくともこれ以上の地盤強度でなければならない．また，この時の状態は復元モーメントを転倒傾斜角 θu から求めているため，左右履帯の反力分布は図 3 (b) のように荷重と反力が同一鉛直線上になっている．なお，上記の算定例は想定値を含んでいることに留意されたい．

構造安定アプローチにおける回転ばね剛性は地盤強度から求められる．このときの地盤強度とは変形性能を含めた“剛性”（鉛直地盤反力係数）である．ここでは，その回転ばね剛性を線形と仮定して解析したが，実際の地盤の性質はより複雑であり，精確な非線形モデルを適用するのが望ましい．回転ばね剛性と地盤強度との関係は，ここで提案した構造安定アプローチにおける今後の重要な研究課題である．

6．予備実験結果の考察

本節では，以前に著者らが実施した予備実験の結果[1] を本論文で示した解析法により検討する．

模型実験は，図 20 に示すように杭打機を模した簡単な模型をマット上に設置して転倒時の鉛直荷重と高さを求めるものである．その実験結果を図 21 に示すが，異なる回転ばね剛性に対して転倒時の荷重 P と高さ L の関係で表している．また，理論値は各マットの回転ばね剛性 Ks を 2 種類の計測結果から求め，それに対する式(3)の値を示している[1]．

図 21 からまずいえることは，構造安定の基本式(3)を表した図 5 と傾向がよく一致している．すなわち，回転ばね剛性が小さくなると転倒荷重高さは小さくなり，理論曲線の負の接線角が大きくなる．また，同じ回転ばね剛性に対して転倒荷重が小さくなると，実験値は理論曲線に対してより下にくる（小さくなる）傾向がみられる．その原因を考察すると，転倒時の高さが大きくなることは式(1b)から転倒傾斜角が小さくなることである．そして，転倒傾斜角が小さくなると図 22（図 8 に同じ）に示す理論曲線と 2 本の傾斜角線（縦線）との交点から，P/P_{cr} が小さくなることが分かる．そして，その差は初期傾斜が大きいほど大きい．図 21 において，実験値が理論曲線よりもより下にくることは実験値／理論値（P/P_{cr}）がより小さくなることであり，ここにその整合性がみられる．柱の座屈における初期不整の影響のように，転倒実験においても初期傾斜をゼロにすることは難しく，その影響は避けられない．

7．安全基準の考察

現在の杭打機の安全基準は，転倒モーメント型の視点に立っている．備えなければならない安定度（転倒傾斜角）として，水平かつ堅固な地盤上に設置されているという前提の下に，施工時において 5 度以上（自重の偏芯は最悪の方向を考慮）と定められている[6)7)]．不確定要素である軟弱地盤の影響は直接関連付けられておらず，間接的に安全率の中に含まれていると思われる．安定度の中に数値化し難い軟弱地盤の影響は，別途状況に応じて沈下防止措置を義務付けるとしている．

杭打機が転倒する場合，堅固な地盤で起こることは少なく，軟弱地盤の支持力不足が関係していることが多い．地盤の支持力が十分でない場合，転倒モーメントによる作用接地圧の増加と支持力不足による抵抗モーメントの低下から転倒する（転倒モーメント型）ことになるが，それに加えて軟弱地盤に対してはここで示した構造不安定型およびつり合い移行型の観点が必要であると考えられる．安全基準で定められている安定度は，堅固

図 20　模型転倒実験[1]

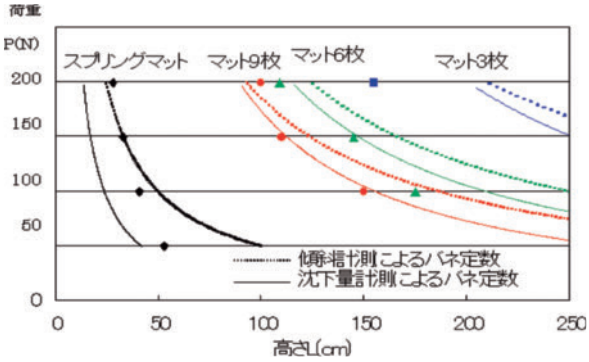


図 21　模型転倒実験の結果[1]

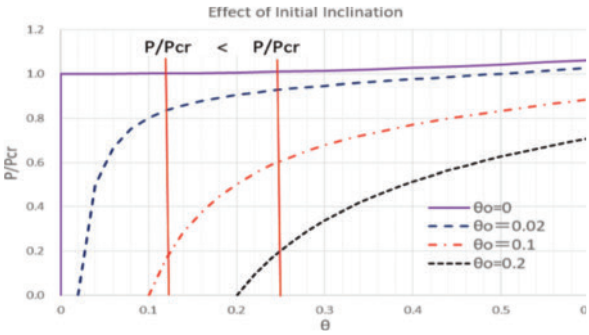


図 22　転倒傾斜角と初期傾斜の転倒荷重への影響

な地盤を前提としているので軟弱地盤に対しての安定性の基準が明確ではないように思われる．ここでの構造安定論に基いた考察が，軟弱地盤の安全性に対する明確化への一助になると期待される．

構造安定論によれば，軟弱地盤では安定基準に定める安定度以内であっても杭打機は転倒に結び付く可能性がある．実際の杭打機は安全基準に定める安定度よりも余裕を有していると思われるが，堅固な地盤を前提としている以上その差は必ずしも十分とはいえない場合もあり得る．現在の安全基準に軟弱地盤と初期傾斜や重心の偏芯の影響等を考慮する必要があるのではないか，そのためには構造安定論を導入した安全基準の策定が必要であると思われる．

ここで示した構造安定論により杭打機の転倒安全を検討する場合，その手順は次のようになる．

⑴　杭打機についての以下の諸元を設定する．
杭打機の重量（荷重）P，荷重高さ L，初期傾斜角 θ_0（≈ 0.05 程度），偏芯量 e，履帯の配置距離 S

⑵　これらの値から転倒傾斜角 θu を求める．（式(1b)）

⑶　必要回転ばね剛性 Ksr を求める．（式⒅）

⑷　必要回転ばね剛性から必要地盤強度（鉛直地盤反力係数）を求め，それに安全率（≈ 1.3 程度）を加えて建設現場での杭打機は安全かどうかを判断する．

なお，上記の初期傾斜角や安全率は特に根拠のある値でもなく，さらなる検討が必要であることはいうまでもない．

8．あとがき

近年，杭打機の軟弱地盤における支持力不足を原因とした転倒事故が多く起こっている．本論文では，軟弱地盤における杭打機転倒のメカニズムの解明を目的とし，まず構造安定論の観点から杭打機転倒のメカニズムを次の 3 つの型に分類した．

⑴　転倒モーメントが抵抗モーメントよりも大きかった．（転倒モーメント型）

⑵　軟弱地盤上で，杭打機の重量が限界荷重（固有値）を超えて“座屈”した．（構造不安定型）

⑶　軟弱地盤上で，つり合い状態に戻ろうとしたときに転倒モーメントが抵抗モーメントを超えた．（つり合い移行型）

上記の 3 型に対して，2 つのアプローチ（転倒モーメントアプローチと構造安定アプローチ）を適用し，それぞれの転倒に至る過程を明らかにした．⑴転倒モーメント型の転倒では，限界変位角（転倒傾斜角）が求められる．次に，軟弱地盤のケースである⑵と⑶に対して構造安定アプローチを用い，初期傾斜や荷重の偏芯の影響を含めて解析した．⑵構造不安定型は，いわゆる柱の座屈問題と同様に，構造系固有の限界荷重を超えると不安定になり転倒（座屈）するものである．

また，⑶つり合い移行型は，構造物は当初は安定域にありながらも，変位が増大してつり合い状態に移行しようとした過程で転倒傾斜角を超えることにより，不安定になる．特に，このつり合い移行型の転倒は，杭打機が移動する際の転倒メカニズムと考えられる．ここで，杭打機が転倒しないための地盤強度（鉛直地盤反力係数）が，転倒傾斜角と必要回転ばね剛性の関係から得られることを示した．さらに，これらの杭打機転倒問題の理論解析は，簡単な模型実験との比較から良い整合性が得られることを示した．

杭打機の転倒は構造不安定問題の一種であり，他の“座屈”問題とも共通点が多い．柱の座屈では，初期たわみ，偏芯荷重および材料不均質等の初期不整により，耐荷力が理論値よりも大きく低下する範囲が存在する[4)8)]．同様に考えると，軟弱地盤上の杭打機は初期傾斜，偏芯荷重および地盤不均質等の初期不整によって転倒荷重は低下する．転倒モーメントと抵抗モーメントの比較（転倒モーメント型）から導かれる値は，想定外に過大である可能性がある．軟弱地盤での転倒を防止するためには，構造安定論を基にした検討を安全基準に採り入れることが必要であると思われる．

また，ここでは直接触れなかったが，ジャッキやクレーンの転倒においても偏芯や傾斜の程度は異なるものの基本的に杭打機の転倒メカニズムと同じ構造モデルで論じることができ[1)~4)]，その原因究明と事故防止にここでの検討結果がそのまま適用できる．特に，クレーンがブームを伸ばして作業する場合は，ブームの自重や吊り荷の位置から全体の重心が高くなることやここでは剛体と仮定したブーム等の弾性変形により，転倒安定が大きく低下する可能性がある．

なお，本稿は構造工学の国際専門誌に掲載予定の論文[9)]に加筆・詳述したものである．

【参考文献】

1）当麻庄司：移動式クレーン等の転倒事故原因に関する一考察，平成 13 年度土木学会北海道支部論文報告集第 58 号，pp.62-65，2002.
2）当麻庄司：ジャッキや杭打機の転倒事故原因について―構造安定問題の観点から―，平成 28 年度土木学会全国大会年次学術講演会概要集，I-525，2016.
3）當麻庄司：ジャッキ等の転倒事故の素因について，令和 3 年度土木学会全国大会年次学術講演会概要集，I-52，2021.
4）當麻庄司：ジャッキの転倒による橋桁落下事故の原因分析，災害事例分析，安全工学会誌，Vol.60，No.5，pp.384-390（2021）.
5）日経コンストラクション：建設事故，重大災害 70 例に学ぶ再発防止策，重機災害，転倒，大阪府立城東工業高校杭打機転倒（1997.8.4.），pp.186-189，日経 BP，2000.
6）堀智仁，玉手聡，末政直晃：くい打機の自走実験による揺れと履帯接地圧力の計測，土木学会論文集 C，Vol. 66 No.2，342-355，2010.
7）玉手聡，堀智仁：杭打ち機械における転倒事例の一考察，土木学会第 63 回年次学術講演会概要集，6-237，2008.
8）Chen, W.F. and E.M. Lui: Structural Stability: Theory and Implementation, Chapter 1 General Principles, Elsevier, 1987.
9）Toma S. and W.F. Chen: Overturning Mechanisms of Jacks, Cranes and Pile Driving Machines, Structural Engineering International (SEI), Taylor & Francis Online, 29 July, 2022.