HOKUGA 北海学園学術情報リポジトリ
学校法人北海学園
北海学園大学
北海商科大学

タイトル	超高層ビルは地震に対して安全か?(2)
著者	世戸，憲治；野中，泰二郎
引用	北海学園大学工学部研究報告，31：199-218
発行日	2004-02-20

Hokkai-Gakuen Organization of Knowledge Ubiquitous through Gaining Archives.

超高層ビルは地震に対して安全か？（2）

世戸　憲治*　　野中　泰二郎†

Are Super High-rise Buildings Safe from Earthquake? (2)

Kenji SETO and Taijiro NONAKA

前回の論文では，超高層ビルの最も単純化したモデルとして，１本の弾性棒を考え，これに，曲げ変形，剪断変形，重力の３つの効果を取り入れて，横方向の振動解析を行った．その際，地震波として，単一振動数のモデル的なもの，および，阪神大震災における実際の地震波を使用し，半解析的な計算を行った．そこでは，高層建築物は，高くなるほど固有の振動数が下がるので，主要動が 1 Hz ～ 3 Hz の地震波に対しては共鳴しずらくなるということが，この解析から導かれた結論である．

しかし，一方で，建築物は高くなるほど，重力による座屈現象を起こし易くなることも事実である．この座屈には，曲げによるものと，剪断によるものとの２種類のタイプがある．これに，地震振動が加わるとどうなるかということが，今回のテーマである．

0．はじめに

前回の論文では，地震時における超高層ビルの最も簡単化された振動モデルを作り，半解析的な方法で方程式を解くことにより，ビルの高さによって，振動の様子がどう変化するかを，歪みとエネルギーの観点から見てきた．そこでの主要な結論は，ビルは高くなるほど，固有振動の振動数が小さくなるので，地震に対し共鳴しずらくなること，すなわち，構造的には安定化することがわかった．では，建築物は高ければ高いほど良いのかという疑問が生ずる．これに答えようとするのが，今回の論文である．

初めに，前回の論文で述べた方程式の導出について，その主要な点を再記しておく．超高層建築物を１本の弾性棒と考え，その Young 率 E ,剛性率 G, 密度 ρ 等の材料定数はもちろんのこと，断面積 A ，断面２次モーメント I 等は，すべて高さによらず一定値をとるものとする．

振動がないときの棒の主軸にそって，s 軸をとる．振動しているとき，時刻 t, 点 s において主軸が傾いた角度を $\theta(s,t)$ とし，また主軸に垂直な面（床面）が傾いた角度を $\phi(s,t)$ とする．もし，剪断変形を考えないときは，$\theta = \phi$ であるが，ここでは剪断変形を取り入れるので一般に $\theta \neq \phi$ である．

*北海学園大学　工学部　建築学科
†中部大学　総合工学研究所

点 s における横方向変位を $V(s,t)$ とすると

$$V(s,t) = \int_0^s \sin\theta \, ds + h(t) \tag{0.1}$$

となる．ここで $h(t)$ は，地震によって，棒の基底部に与えられる変位である．以下，時間 t および高さ s に関する微分を，その添え字で表わすことにする．

単位体積あたりのエネルギーは

$$\left.\begin{aligned}
&T = \frac{1}{2}\rho {V_t}^2 = \frac{1}{2}\rho\left[\int_0^s (\sin\theta)_t ds + h_t\right]^2, \quad \text{横方向の振動エネルギー}\\
&U_1 = \frac{EI}{2A}\phi_s^2, \quad \text{曲げ変形によるエネルギー}, \quad \phi_s \text{ は曲率}\\
&U_2 = \frac{1}{2}G\gamma^2, \quad \gamma = \theta - \phi, \quad \text{剪断変形によるエネルギー}\\
&U_3 = \rho g \int_0^s \cos\theta ds, \quad \text{重力エネルギー}, \quad g \text{ は重力加速度}
\end{aligned}\right\} \tag{0.2}$$

で与えられる．

ここで，棒の長さを L としたときの Lagrangian $\mathcal{L}$ を，

$$\mathcal{L} = \int_0^L (T - U_1 - U_2 - U_3) A \, ds \tag{0.3}$$

と定義し，この Lagrangian から作用積分

$$\mathcal{I} = \int \mathcal{L} dt \tag{0.4}$$

を作る．これを，θ および，ϕ を独立変数として，$\mathcal{I}$ の変分をとると，

$$-\rho A\left[\int_s^L V_{tt}(s',t)ds'\right]\cos\theta(s) + \rho g A(L-s)\sin\theta(s) - GA(\theta - \phi) = 0 \tag{0.5}$$

および，

$$EI\phi_{ss} + GA(\theta - \phi) = 0 \tag{0.6}$$

を得る．(0.5) 式の第 1 項目は，高さ s より上にある部分が受ける慣性力の軸に垂直な成分であり，第 2 項目は同じく高さ s より上にある部分が受ける重力の軸に垂直な成分である．したがって，この式はこれらの合計と，点 s において，それより下にある部分が上におよぼす剪断力との和がゼロであることを示す．また，(0.6) 式は，距離 ds 間の曲げモーメント $EI\phi_s$ の差が剪断力になっていることを示す．

(0.1) から

$$V_s = \sin\ \theta \tag{0.7}$$

であるが，以下では線形近似をとって，$\sin\theta \cong \theta$, $\cos\theta \cong 1$ とする．この近似で，方程式 (0.5) は

$$-\rho A\int_s^L V_{tt}(s',t)ds' + \rho g A(L-s)\theta - GA(\theta - \phi) = 0 \tag{0.8}$$

となり，これと (0.6) 式との和をとると方程式

$$-\rho A\int_s^L V_{tt}(s',t)ds' + \rho gA(L-s)\theta + EI\phi_{ss} = 0 \tag{0.9}$$

を得る．

前回の論文では，これらの方程式から，１変数の方程式を導いたが，その方程式を解析的に解くことは，不可能であった．そのため，半解析的な手法を用いて，固有値，固有関数を求めたうえで，境界値，初期値問題を解決した．

ここでは初めに，これら方程式が完全に解析的に解ける特別な場合に限定して解いてみる．いまのところ，このような例は，以下の節で述べる２つの例しか見つかっていない．

1．剪断変形がなく，純曲げの状態で，かつ，静的な場合

剪断変形がないときは，主軸の傾き角 θ と床面の傾き角 ϕ は同じになる．これは，方程式 (0.6) で，形式的に，剛性率 G を無限大としたときに，ϕ_{ss} が有限値をとるためには，

$$\theta = \phi \tag{1.1}$$

となることが必要であることからわかる．

さらに，方程式 (0.9) から，各変数が時間に依存しない静的な場合は，

$$EI\theta_{ss} + \rho gA(L-s)\theta = 0 \tag{1.2}$$

となる．ここで前回の論文でやったように，長さ s の無次元化

$$x = s/L \tag{1.3}$$

と，《曲げ易さ》を表わす無次元量

$$\mu = \sqrt{\frac{\rho gAL^3}{EI}} \quad \left(= \sqrt{\frac{mgL^2}{EI}}, \quad m \text{ は全質量} \right) \tag{1.4}$$

を導入すると，方程式 (1.2) は

$$\theta_{xx} + \mu^2(1-x)\theta = 0 \tag{1.5}$$

となる．

この解は ±1/3 次の Bessel 関数 (Airy 関数) を用いて表わすことができ，

$$\theta(x) = \sqrt{1-x}\left[AJ_{-1/3}\left(\frac{2}{3}\mu\,(1-x)^{3/2}\right) + BJ_{1/3}\left(\frac{2}{3}\mu\,(1-x)^{3/2}\right)\right] \tag{1.6}$$

およびその x 微分が

$$\theta_x(x) = \mu(1-x)\left[AJ_{2/3}\left(\frac{2}{3}\mu\,(1-x)^{3/2}\right) - BJ_{-2/3}\left(\frac{2}{3}\mu\,(1-x)^{3/2}\right)\right] \tag{1.7}$$

と求まる．ここに，A, B は任意定数である．

ここで関数 $\theta(x)$ に対する境界条件として，棒の下端 $x=0$ は埋め込み，上端 $x=1$ では曲げモーメント，および，剪断力がゼロという条件にすると

$$\theta(0) = 0, \qquad \theta_x(1) = 0, \qquad \theta_{xx}(1) = 0 \tag{1.8}$$

の 3 個となるが，最後のものは方程式 (1.5) から自動的に満たされるので，実際に拘束されるのは初めの 2 つの条件である．

(1.7) 式で，$x=1$ とすると，1 項目はゼロとなるが，2 項目は定数項が残る．したがって，$\theta_x(1)=0$ の条件から $B=0$ でなければならない．後は $\theta(0)=0$ の条件から

$$J_{-1/3}\left(\frac{2}{3}\mu\right) = 0 \tag{1.9}$$

となる．すなわち，無次元定数 $\frac{2}{3}\mu$ は，$-1/3$ 次 Bessel 関数のゼロ点でなければならない．このゼロ点を小さい方から $\frac{2}{3}\mu_i$ $(i=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とする．この初めの 6 個をあげると

$$\frac{2}{3}\mu_i = 1.866, \quad 4.987, \quad 8.166, \quad 11.439, \quad 14.554, \quad 17.700 \tag{1.10}$$

という値になる．この値を用いて，解 θ が

$$\theta_i(x) = A\sqrt{1-x}\,J_{-1/3}\left(\frac{2}{3}\mu_i(1-x)^{3/2}\right), \qquad i=1,\ 2,\ 3.\ \cdots \tag{1.11}$$

と求まる．定数 A はあくまで未定である．この解は重力によって，静的ではあるが，棒が曲がることを示している．すなわち，この解は重力による座屈解を表わしている．

2．曲げ変形がなく，純剪断の場合

曲げがなく，剪断変形のみの場合は，時間を含む動的な解を解析的に求めることができる．

まず，方程式 (0.6) で，形式的に Young 率 E を無限大としたとき，剪断力 $GA(\theta-\phi)$ が有限値をとるためには，$\phi_{ss}=0$ でなければならないが，すべての点で，曲げモーメントもゼロであるので，曲率がゼロ，すなわち，$\phi_s=0$ である．これで ϕ は定数となるが，これに，棒の下端 $s=0$ での埋め込み条件 $\phi=0$ を課すと，この定数もゼロとなる．すなわち，ϕ は恒等的にゼロとなる．つまり，この場合は，曲げがないので，エネルギーの式 (0.2) の段階で，曲げ変形エネルギー U_1 が存在せず，剪断角は主軸の傾き角 θ のみで表わされる．

方程式は，(0.8) 式で $\phi = 0$ とし，(0.7) を用いて，$\theta \cong \sin\theta = V_s$ とおくと，横方向変位 V に対する方程式，

$$-\rho A \int_s^L V_{tt}(s',t)ds' + \rho g A(L-s)V_s - GAV_s = 0 \tag{2.1}$$

を得る．この式を s で微分すると，

$$\rho V_{tt} = GV_{ss} - \rho g\big[(L-s)V_s\big]_s \tag{2.2}$$

なる波動方程式を得る．ここでさらに,《 潰れ易さ 》を表わす無次元量

$$\nu = \sqrt{\frac{\rho g L}{G}} \quad \left(= \sqrt{\frac{mg}{GA}}, \quad m \text{ は全質量} \right) \tag{2.3}$$

と，時間の次元を持つ定数

$$\tau = \sqrt{L/g} \tag{2.4}$$

を定義し，長さの無次元化 (1.3) を行うと，方程式は

$$(\nu\tau)^2 V_{tt} = V_{xx} - \nu^2\big[(1-x)V_x\big]_x \tag{2.5}$$

となる．ここで，変位 $V(x,t)$ に対し，時間について単一振動数 ω を仮定して，変数分離

$$V(x,t) = L\Delta(x)e^{i\omega t} \tag{2.6}$$

をすると，空間部分の方程式

$$\big[1-\nu^2(1-x)\big]\Delta_{xx} + \nu^2\Delta_x + (\nu\tau\omega)^2\Delta = 0 \tag{2.7}$$

を得る．この方程式を $0 \le x \le 1$ の範囲内で，$x = 0$ は固定端，また $x = 1$ では剪断力なし，つまり，

$$\Delta(0) = 0, \qquad \Delta_x(1) = 0 \tag{2.8}$$

という境界条件のもとに解くことになる．

以下，数式簡略化のため無次元定数 γ を

$$\gamma = \frac{2\tau\omega}{\nu} \tag{2.9}$$

と定義しておく．この γ を用いて，変数変換

$$z = \gamma\sqrt{1-\nu^2(1-x)} \tag{2.10}$$

を施すと方程式 (2.7) は

$$\Delta_{zz} + \frac{1}{z}\Delta_z + \Delta = 0 \tag{2.11}$$

となる．これはゼロ次の Bessel の微分方程式であり，その解は第 1 種 Bessel 関数および第 2 種 Bessel 関数（ Neumann 関数）で与えられる．

ここで，パラメータ ν の値について注意が必要である．(2.3) の定義から，$s=0$，したがって，$x=0$ での主軸の傾きを θ として，

$$\nu=\sqrt{\frac{mg\theta}{GA\theta}} \tag{2.12}$$

と書いてみると，この平方根の中は，全重力の軸に垂直な成分と剪断力との比を表わしている．これから，$\nu<1$ のときは，全重力を剪断力が押さえていると解釈されるが，$\nu\geq 1$ の場合は剪断力では全重力を押さえ込むことができないことを示す．つまり，この場合は剪断破壊が起こることを示している．以下，この方程式を解いてみよう．

[$0<\nu<1$ の場合]

この場合 (2.10) の z は実数であり，その範囲は，$\gamma\sqrt{1-\nu^2}\leq z\leq\gamma$ となるので，解 Δ は

$$\Delta=AJ_0(z)+BN_0(z) \tag{2.13}$$

となる．ここに A, B は任意定数である．もとの変数 x で書くと，

$$\Delta(x)=AJ_0\big(\gamma\sqrt{1-\nu^2(1-x)}\,\big)+BN_0\big(\gamma\sqrt{1-\nu^2(1-x)}\,\big) \tag{2.14}$$

および，その微分

$$\Delta_x(x)=-\frac{\nu^2\,\gamma}{2\sqrt{1-\nu^2(1-x)}}\big[AJ_1\big(\gamma\sqrt{1-\nu^2(1-x)}\,\big)+BN_1\big(\gamma\sqrt{1-\nu^2(1-x)}\,\big)\big] \tag{2.15}$$

を得る．

ここで，境界条件 $\Delta_x(1)=0$ を付加すると，(2.15) から定数 A, B の比が決まるので，Δ は，全体にかかる係数を除き，

$$\Delta(x)=N_1(\gamma)J_0\big(\gamma\sqrt{1-\nu^2(1-x)}\,\big)-J_1(\gamma)N_0\big(\gamma\sqrt{1-\nu^2(1-x)}\,\big). \tag{2.16}$$

と書き直せる．あとは条件 $\Delta(0)=0$ を使って，

$$\Delta(0)=N_1(\gamma)J_0\big(\gamma\sqrt{1-\nu^2}\,\big)-J_1(\gamma)N_0\big(\gamma\sqrt{1-\nu^2}\,\big)=0 \tag{2.17}$$

を得る．この式によって，γ の中に含まれる固有値 ω が決定する．

[$\nu=1$ の場合]

このとき，解は (2.16) から

$$\Delta(x)=N_1(\gamma)J_0\big(\gamma\sqrt{x}\,\big)-J_1(\gamma)N_0\big(\gamma\sqrt{x}\,\big) \tag{2.18}$$

となり，この解は $x=0$ で，$J_1(\gamma)=0$ でない限り発散してしまう．ところが，$J_1(\gamma)=0$ となる点では $N_1(\gamma)\neq 0$ なので境界条件 $\Delta(0)=0$ を満たすことができなくなってしまい，解が求まらない．前に説明したとおり，この場合は $x=0$ の点で剪断破壊が起こっているので，解が求まらないのは当然かもしれない．

以下，$\nu>1$ の場合を考えるが，このときは棒の途中で，必ず剪断破壊が起こっているので，ここで述べるような線形解析の範疇外の現象を扱うことになる．したがって，以下は，あくまでも線形解析を押し通したときに，どうなるかという，参考的な計算例として挙げておく．

[$\nu>1$ で固有値が実数になる場合]

ν の値が 1 より大きいときは問題である．このとき，(2.10) の z の定義において，x の値が

$$x=1-\frac{1}{\nu^2}\equiv x_0 \tag{2.19}$$

で $z=0$ となり，この値を境にして z の値は，実数，虚数となる．すなわち，

$$z=\begin{cases} i\gamma\sqrt{\nu^2(1-x)-1}, & \text{for } \ 0\leq x<x_0 \\ \gamma\sqrt{1-\nu^2(1-x)}, & \text{for } \ x_0<x\leq 1 \end{cases} \tag{2.20}$$

である．

変数が虚数の場合の解は，変形 Bessel 関数 $I_0(z)$，$K_0(z)$ で表わされ，解 $\Delta(x)$ は，

$$\Delta(x)=\begin{cases} AI_0\big(\gamma\sqrt{\nu^2(1-x)-1}\big)+BK_0\big(\gamma\sqrt{\nu^2(1-x)-1}\big), & \text{for } \ 0\leq x<x_0 \\ CJ_0\big(\gamma\sqrt{1-\nu^2(1-x)}\big)+DN_0\big(\gamma\sqrt{1-\nu^2(1-x)}\big), & \text{for } \ x_0<x\leq 1 \end{cases} \tag{2.21}$$

と表わされる．

ここで，$x=x_0$ で上下の解を接続する必要がでてくる．ところが，$K_0(z)$，$N_0(z)$ は $z=0$ で log 発散していて，その主要項は，

$$\begin{aligned} N_0(z)&=\frac{2}{\pi}J_0(z)\Big(\gamma_E+\log\frac{z}{2}\Big)+O(z^2) \\ K_0(z)&=-I_0(z)\Big(\gamma_E+\log\frac{z}{2}\Big)+O(z^2) \end{aligned} \tag{2.22}$$

となる．ここに，γ_E は Euler 定数，$O(z^2)$ は Landau の記号である．また，

$$J_0(0)=I_0(0)=1,\qquad \frac{d}{dz}J_0(z)\Big|_{z=0}=\frac{d}{dz}I_0(z)\Big|_{z=0}=0 \tag{2.23}$$

であることを注意する．

このように，$x=x_0$ ($z=0$) で発散することは，剪断変形の宿命であるらしい．もし，厳密な意味で，固有関数は有界かつ連続でなければいけない，ということにしてしまうと，ここでの

関数はこの範疇を超えることになる．実際には，曲げが完全にゼロとなることはなく，少しでも曲げが入っていると，途中で発散することはないであろう．したがってここでは，曲げ易さ μ の値がゼロに近づく極限での関数を求めるということになる．その意味で，ここではそのまま，解がつながるようにしよう．

もう１つの問題は解を接続するとき，log の項から不要な虚数が出てしまうことである．一般に，Bessel 関数と変形 Bessel 関数の間には，0 または正なる x，および非負整数 n に対し，

$$\begin{aligned} J_n(ix) &= i^n I_n(x) \\ N_n(ix) &= i^{n+1} I_n(x) - \frac{2(-i)^n}{\pi} K_n(x) \end{aligned} \tag{2.24}$$

の関係にある．ここで，第２式右辺の第１項は log の中の変数を虚数にしたときに偏角が変るために発生する項であるが，この項があると $n=0$ としたときに虚数が残り，係数 A, B, C, D を実数で決定することが不可能になる．これを避けるため N_0, K_0 に含まれる log の項は

$$\log(z/2) \to \log(|z|/2) \tag{2.25}$$

と絶対値付きで定義するか，あるいは

$$\log(z/2) \to \frac{1}{4}\log(z/2)^4 \tag{2.26}$$

と定義しなおしておく．このような変更をしても N_n, K_n 関数には全く影響がないことを強調しておく．その結果，偏角の影響を受けなくなり，(2.24) の第２式は

$$N_n(ix) = -\frac{2(-i)^n}{\pi} K_n(x) \tag{2.27}$$

とより簡単化される．この事を踏まえて，$x = x_0$ で２つの解を接続するには，

$$A = C, \qquad B = -\frac{2}{\pi} D \tag{2.28}$$

であればよい．当然のことながらこの点で，微係数は不連続になる．

ここで，$x=1$ における境界条件から，(2.15) と同様の式を用いて，

$$\Delta_x(1) = -\frac{\nu^2\gamma}{2}\left[CJ_1(\gamma) + DN_1(\gamma)\right] = 0 \tag{2.29}$$

を得，$x=0$ における条件から

$$\Delta(0) = AI_0(\gamma\sqrt{\nu^2-1}) + BK_0(\gamma\sqrt{\nu^2-1}) = 0 \tag{2.30}$$

を得る．(2.29) から

$$C = N_1(\gamma), \qquad D = -J_1(\gamma) \tag{2.31}$$

と選ぶことにし，(2.28) から A, B を求め，(2.30) に代入すると，固有値方程式

$$\Delta(0) = N_1(\gamma)I_0(\gamma\sqrt{\nu^2-1}) + \frac{2}{\pi}J_1(\gamma)K_0(\gamma\sqrt{\nu^2-1}) = 0 \tag{2.32}$$

を得る．この方程式から固有値，固有関数が求まる．

[$\nu > 1$ で固有値が虚数になる場合]

ここでは，ω の値を虚数，したがって (2.9) で定義される γ も虚数として，

$$\omega = i\omega', \qquad \gamma = i\gamma' \tag{2.33}$$

とおく．このとき，

$$z = \begin{cases} -\gamma'\sqrt{\nu^2(1-x)-1}, & \text{for } 0 \le x < x_0 \\ i\gamma'\sqrt{1-\nu^2(1-x)}, & \text{for } x_0 < x \le 1 \end{cases} \tag{2.34}$$

となり，このときの解 $\Delta(x)$ は (2.21) に替わって，

$$\Delta(x) = \begin{cases} AJ_0\big(\gamma'\sqrt{\nu^2(1-x)-1}\big) + BN_0\big(\gamma'\sqrt{\nu^2(1-x)-1}\big), & \text{for } 0 \le x < x_0 \\ CI_0\big(\gamma'\sqrt{1-\nu^2(1-x)}\big) + DK_0\big(\gamma'\sqrt{1-\nu^2(1-x)}\big), & \text{for } x_0 < x \le 1 \end{cases} \tag{2.35}$$

となる．

この場合も前と同様，$x = x_0$ $(z = 0)$ で，2つの解をつなぐには，

$$A = C, \qquad B = -\frac{\pi}{2}D \tag{2.36}$$

となるように係数を選ぶとよい．

ここで，境界条件を具体化するために，(2.35) の $x_0 < x \le 1$ に対する $\Delta(x)$ を微分すると

$$\Delta_x(x) = \frac{\nu^2\gamma'}{2\sqrt{1-\nu^2(1-x)}}\Big[CI_1\big(\gamma'\sqrt{1-\nu^2(1-x)}\big) - DK_1\big(\gamma'\sqrt{1-\nu^2(1-x)}\big)\Big] \tag{2.37}$$

となるので，$\Delta_x(1) = 0$ を適用すると

$$CI_1(\gamma') = DK_1(\gamma') \tag{2.38}$$

となる．つぎに，$0 \le x < x_0$ に対する (2.35) に $\Delta(0) = 0$ を適用して，

$$\Delta(0) = AJ_0(\gamma'\sqrt{\nu^2-1}) + BN_0(\gamma'\sqrt{\nu^2-1}) = 0 \tag{2.39}$$

を得る．

(2.36) (2.38) から A, B の比を求め (2.39) に代入すると，固有値方程式

$$\Delta(0) = K_1(\gamma')J_0(\gamma'\sqrt{\nu^2-1}) - \frac{\pi}{2}I_1(\gamma')N_0(\gamma'\sqrt{\nu^2-1}) = 0 \tag{2.40}$$

が求まる．この方程式から γ' の中に含まれる虚数の ω を求めることになる．

実数，および，虚数の振動数 ω を求めるための固有値方程式 (2.32), (2.40) を数値的に解いてみると，どちらの方程式からも無限個の実数，虚数の ω の値が求まる．しかし，純曲げのときのように，$\omega = 0$，すなわち静的な解というものは，この場合，存在しない．すべて，$\omega \neq 0$ となるような動的な解のみである．これらの事情については以下の節で，一般化した形で議論する．

3. 曲げと剪断の両方を含む場合

前節までに，解析的に固有値が求まる特殊な場合を取り上げてきた．おそらく，解析的解が存在するのは，これら，前節および前々節の場合に限られるものと思われる．

以下，曲げと剪断の両方を含む一般の場合について，前回の論文で展開した理論を整理しておく．基礎となる方程式は，(0.6) (0.8) あるいは，(0.9) である．これら方程式を解くために，変数 V, ϕ の角振動数 ω の振動部分だけを取り出して

$$V(s,t) = L\Delta(\omega,s)T(\omega,t), \qquad \phi(s,t) = \Phi(\omega,s)T(\omega,t) \tag{3.1}$$

と変数分離する．ここに，時間部分 $T(\omega,t)$ は

$$T(\omega,t) = e^{i\omega t} \tag{3.2}$$

と定義しておく．

以下，この変数分離を用いて，Δ, Φ が満たすべき方程式を導入するが，その際，無次元化した長さ x (1.3)，曲げ易さ μ (1.4)，潰れ易さ ν (2.3)，および，時間定数 τ (2.4) の各変数を用いることにする．方程式 (0.6) および (0.9) に，これを適用すると，

$$\nu^2\Phi_{xx} + \mu^2(\Delta_x - \Phi) = 0 \tag{3.3}$$

および

$$(\mu\tau\omega)^2\int_x^1 \Delta(x')dx' + \mu^2(1-x)\Delta_x + \Phi_{xx} = 0 \tag{3.4}$$

を得る．

これらの式から Δ_x を消去し，1階微分すると，式

$$(\mu\tau\omega)^2\Delta = \Big[(1-x)\big(\mu^2\Phi - \nu^2\Phi_{xx}\big)\Big]_x + \Phi_{xxx} \tag{3.5}$$

を得る．また，この式をもう1度微分してから (3.3) と再び Δ_x を消去すると Φ のみが満たす式

$$-(\mu\tau\omega)^2\Phi + (\nu\tau\omega)^2\Phi_{xx} + \Big[(1-x)\big(\mu^2\Phi - \nu^2\Phi_{xx}\big)\Big]_{xx} + \Phi_{xxxx} = 0 \tag{3.6}$$

が得られる．

同様に，(3.3) を2階微分したものと (3.4) とから Φ_{xx} を消去し，1度微分すると，Δ が満たすべき方程式

$$-(\mu\tau\omega)^2\Delta + (\nu\tau\omega)^2\Delta_{xx} + \big(\mu^2 - \nu^2\partial_x^2\big)\big[(1-x)\Delta_x\big]_x + \Delta_{xxxx} = 0 \tag{3.7}$$

を得る．

境界条件は，棒の基底部で，断面の傾きはないものとして，

$$\Phi(0) = 0, \tag{3.8}$$

および，棒の先端では，曲げモーメントがないことと，方程式 (3.4) で $x=1$ とすると，

$$\Phi_x(1)=0, \qquad \Phi_{xx}(1)=0 \tag{3.9}$$

となる．また，ここで求めようとしているのは固有関数としての Δ, Φ を求めることである．このときは地震振動とは無関係で，構造物の基礎部分を固定端として考える．したがって，条件としてはもう１つ，

$$\Delta(0)=0 \tag{3.10}$$

が必要になるが，この条件は，Φ で表わすと，(3.5) の関係を用いて

$$(\mu\tau\omega)^2\Delta(0)=\mu^2\Phi_x(0)+\nu^2\Phi_{xx}(0)+\left(1-\nu^2\right)\Phi_{xxx}(0)=0 \tag{3.11}$$

となる．なお，(3.5) から直接導いたときは中辺に $-\mu^2\Phi(0)$ が付くが，この項は (3.8) の条件によって除かれる．

これらの境界条件から判断すると，Δ を解くよりも Φ を先に解く方が，有利である．Φ で書かれた (3.11) は確かに面倒な形をしているが，条件 (3.8) (3.9) を Δ で表わそうとするともっと，面倒になるからである．ここで，これらの条件の基に方程式 (3.6) を解くわけであるが，もちろん，これにうまく当てはまるような特殊関数は見当たらない．ここではこの方程式を級数展開の方法で解くことにする．

$$\Phi(x)=\sum_{k=0}^{\infty}C_k(1-x)^k \tag{3.12}$$

と置き，(3.6) に代入すると係数 C_k の関係式

$$\begin{aligned}&(k+4)(k+3)(k+2)(k+1)\,C_{k+4}-\nu^2(k+3)(k+2)^2(k+1)\,C_{k+3}\\&\qquad+(\nu\tau\omega)^2(k+2)(k+1)\,C_{k+2}+\mu^2(k+2)(k+1)\,C_{k+1}-(\mu\tau\omega)^2\,C_k=0,\\&\qquad\qquad k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\end{aligned} \tag{3.13}$$

を得る．この式から，C_0, C_1, C_2, C_3 の４個を初期値として，他のすべての C_k を原理的に決定できる．

ここで境界条件 (3.9) を考慮すると，これら４個の初期値のうち，

$$C_1=C_2=0 \tag{3.14}$$

でなければならない．残る C_0, C_3 は自由であるが，

$$C_0=1, \qquad C_3=0 \tag{3.15}$$

と取った系列と

$$C_0=0, \qquad C_3=1 \tag{3.16}$$

としたものの２つの系列があり得る．以下，(3.15) の系列から求めた $\Phi(x)$ を $F(x)$，(3.16) の系列から求めたものを $G(x)$ と記すことにする．一般の $\Phi(x)$ はこの２つの関数の線形結合であり，

$$\Phi(x) = A\,F(x) + B\,G(x) \tag{3.17}$$

と書ける．さらに，(3.8) の境界条件を満たすためには，全体にかかる係数は別として，A, B の比がきまるので

$$\Phi(x) = G(0)F(x) - F(0)G(x) \tag{3.18}$$

と書ける．

最後に，この Φ を残る条件 (3.11) に代入して，

$$\begin{aligned}(\mu\tau\omega)^2\Delta(0) = G(0)\Big[\mu^2 F_x(0) + \nu^2 F_{xx}(0) + \big(1-\nu^2\big)F_{xxx}(0)\Big]\\ - F(0)\Big[\mu^2 G_x(0) + \nu^2 G_{xx}(0) + \big(1-\nu^2\big)G_{xxx}(0)\Big] = 0\end{aligned} \tag{3.19}$$

となる．これを満たすための任意定数はもはや存在せず，方程式に含まれる固有角振動数 ω を決めるための固有値方程式となる．この方程式から，離散的な無限個の ω の値が，正しくは $\tau\omega$ の値が，２つのパラメータ μ, ν に依存した形で決定される．

以下，この固有値 ω を小さい方から ω_i $(i = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ と記すことにし，それに対応して，固有関数の方も，$\Phi(\omega_i, x)$ と記す．また，この振動を第 i モードの振動と呼ぶ．固有関数 $\Phi(\omega_i, x)$ が決まると，(3.5) 式から，固有関数 $\Delta(\omega_i, x)$ も決まる．

4．数値解析による固有振動数の値

ここで，(3.12) から (3.19) までの処方箋によって，数値的に固有値を求めたものを見てみよう．

純曲げの場合

初めは,《潰れ易さ》ν をゼロに固定し,《曲げ易さ》μ の値を変化させたときの固有値 $\tau\omega$ の値を見てみよう．第１節で示したように $\nu = 0$ のときは，$\dfrac{2}{3}\mu$ の値が $-1/3$ 次 Bessel 関数のゼロ点のところで，静的，すなわち，ω がゼロになる解が存在する．それより μ の値を大きくするとどうなるであろうか．方程式 (3.6) からわかるように，$\tau\omega$ は，必ず２乗の形で，方程式中に現れる．したがって，実際に求められるのは，$\tau\omega$ ではなく，$(\tau\omega)^2$ であり，μ の値を大きくしていくと，$(\tau\omega)^2$ が負，すなわち，ω の値が虚数になることがわかる．

実際に計算したものを次ページ図１に示す．この図では，横軸より上が実数固有値 $\tau\omega$，下が虚数固有値 $i\tau|\omega|$ を表わしている．μ の値が大きくなるにつれモード番号の小さい方から順に虚数になっていくのがわかる．また，これらの曲線が横軸を切るときの μ の値は，(1.10) 式に示すゼロ点のそれぞれの値に対応していることがわかる．

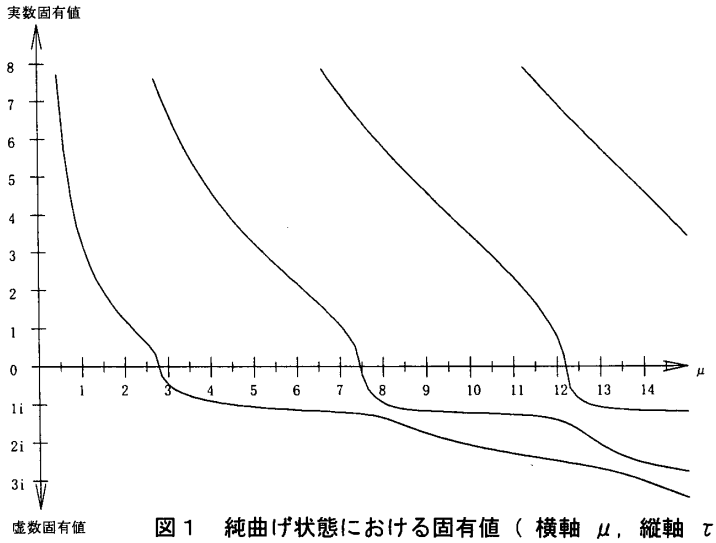

図１　純曲げ状態における固有値（横軸 μ，縦軸 $\tau\omega$）

純剪断の場合

図２は逆に,《曲げ易さ》μ をゼロに固定し,《潰れ易さ》ν の値を変化させたときの固有値 $\tau\omega$ を，第２節で述べた解析法に基づき，プロットしたものである．

この図も前の図と同様，横軸より上が実数固有値，下が虚数固有値を表わす．ここでは，かなり特徴的なことが目に付く．まず，どのモードも ν の値が１以下では実数固有値になっているが，$\nu=1$ のところで急激な変化が起こり，$\nu>1$ では実数固有値と虚数固有値の両方が表われる．

この $\nu=1$ のところで，不連続性が現れる原因は，第２節 (2.12) 式のところで述べたように，全重力の主軸に垂直な成分を剪断力が持ちこたえる限界になるためで，実際にはこの点で，剪断破壊が起こっている．したがって，$\nu\geq 1$ となるところは，単に数学的な振る舞いを記述しているにすぎないと考えてもよい．

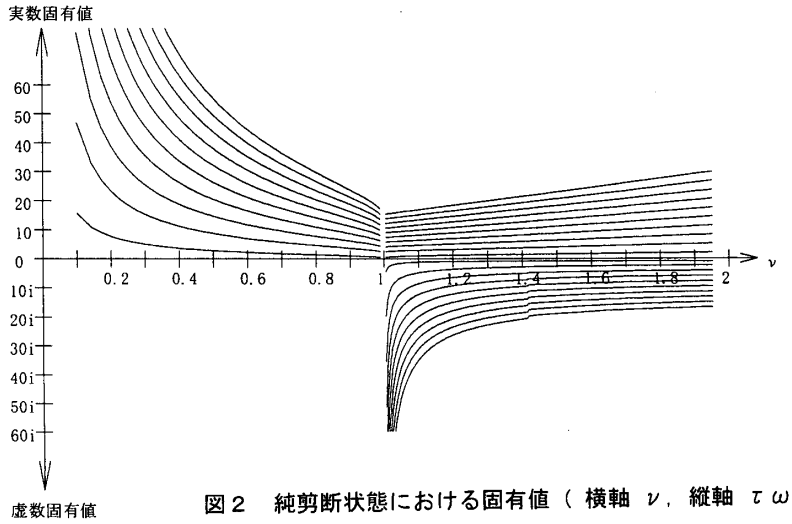

図２　純剪断状態における固有値（横軸 ν，縦軸 $\tau\omega$）

曲げと剪断の両方を含む場合

図３は，一般の μ, ν に対して，固有値がどうなっているかを示したものである．ここでは，μ を横軸，ν を縦軸にとり，第１モードに限定し，その固有値 $\tau\omega$ が実数のときは青色で，ゼロのときは白，虚数になるときは赤色で示した．青または赤が濃いほど，それぞれ，実数または虚数の絶対値が大きいことを示す．また，$\nu > 1$ の領域では実数，虚数両方の固有値が表れるが，ここでは虚数になる方で絶対値が一番小さなものだけを示した．ここでも $\nu = 1$ におけるギャップが明確に表れている．

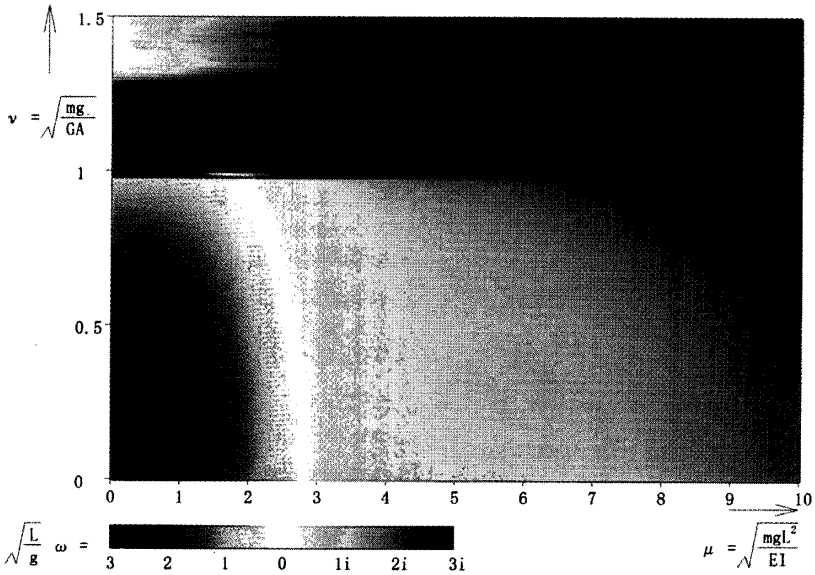

図３　曲げと剪断の両方を含むときの固有値（ 質量が一様に分布した場合 ）

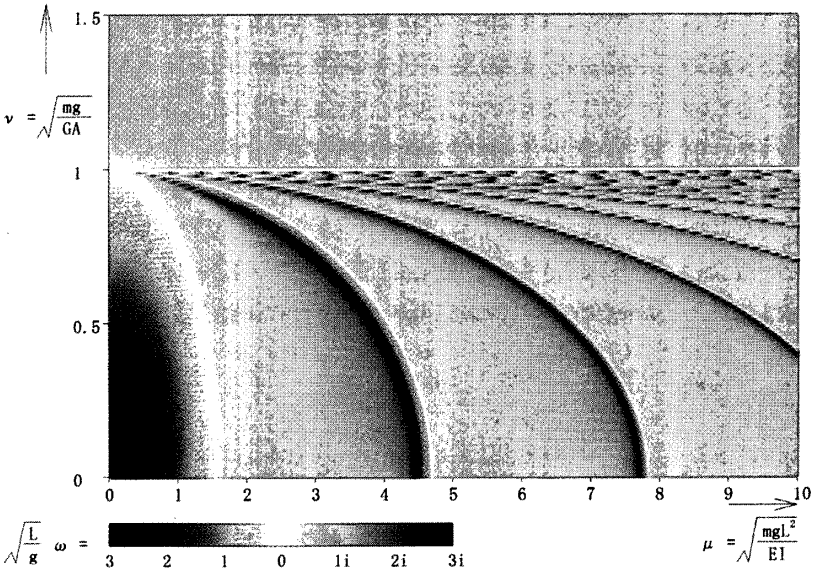

図４　曲げと剪断の両方を含むときの固有値（ 質量が先端に集中した場合 ）

前ページ図４は，参考のために，弾性棒の質量は無視し，そのかわり，棒の先端に質量 m の重りを付けた場合の固有値 $\tau\omega$ を同様の方法でプロットしたものである．この場合，固有値は１個しかないが，固有値が虚数となる領域の中に，固有値が実数となる部分が帯状に分布する．固有値は１個なので，第１モード，第２モード等の区別はないが，棒に質量を与えた場合の第２モード以上に相当する部分がこのような帯状の分布を作るのであろう．

5. 動的座屈解について

前回の論文で示したように，建物の横方向変位 $V(x,t)$ に対する初期値問題の解は，

$$V(x,t) = h(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2\Delta(\omega_i, x)}{\omega_i \left[\partial_\omega \Delta(\omega, 0)\right]_{\omega=\omega_i}} \int_0^t \frac{\sin[\omega_i(t-t')]}{\omega_i} a(t')dt' \tag{5.1}$$

で与えられる．ここに，$h(t)$ は建物の基底部における地震による強制変位，$a(t)$ はその加速度である．ここでは，初期条件として，

$$V(x,0) = 0, \qquad V_t(x,0) = 0 \tag{5.2}$$

となるものとし，地震による変位も

$$h(0) = 0, \qquad h_t(0) = 0 \tag{5.3}$$

としてある．また，固有関数 $\Delta(\omega_i, x)$ は (3.5) 式によって，固有関数 $\Phi(\omega_i, x)$ から求められるものである．

これまで述べてきたように，固有値 ω_i は，ゼロになったり，虚数にもなり得る．このような状態における振動解を一般化された動的座屈解と呼ぶことにする．ここでは，この座屈が起きるとき，解の振る舞いがどうなるかを見てみよう．

初めに，ある特定番号 i について，固有値 ω_i がゼロとなる場合について述べる．ただし，これまでの解析方法は，暗黙のうちに固有値 ω をゼロでないものとして扱ってきた．それゆえ，ここでは完全にゼロとするのではなく，極限的にゼロに近いものとして扱うことにする．

関数 $\Delta(\omega, x)$ は，その方程式 (3.7) からわかるように，ω を $(\tau\omega)^2$ の形で含む．そこで，極限的に小さな ω に対し，この関数は，

$$\Delta(\omega, x) = \Delta_0(x) + \Delta_1(x)(\tau\omega)^2 \tag{5.4}$$

と展開されるものとしよう．固有値方程式 (3.10) から，固有値は，

$$(\tau\omega_i)^2 = -\frac{\Delta_0(0)}{\Delta_1(0)} \tag{5.5}$$

となり，固有関数は，

$$\Delta(\omega_i, x) = \Delta_0(x) - \frac{\Delta_0(0)}{\Delta_1(0)} \Delta_1(x) \tag{5.6}$$

となる．一方，(5.1) 式の x 依存部分の分母は，(5.4) (5.5) から，

$$\omega_i[\partial_\omega \Delta(\omega,0)]_{\omega=\omega_i} = -2\Delta_0(0) \tag{5.7}$$

となるので，結局，x 依存部分は，

$$\frac{2\Delta(\omega_i,x)}{\omega_i[\partial_\omega \Delta(\omega,0)]_{\omega=\omega_i}} = -\left(\frac{\Delta_0(x)}{\Delta_0(0)} - \frac{\Delta_1(x)}{\Delta_1(0)}\right) \tag{5.8}$$

という形になる．この計算は少しトリッキイではあるが，ここでは，解が解析的な形で解かれていないため，これ以上，明確な形で表わすことが不可能である．なお，(5.5) の固有値から，$\omega_i \to 0$ となるためには，$\Delta_0(0) \to 0$ であるが，もし，$\Delta_0(x)$ が

$$\Delta_0(x) = \Delta_0(0)f(x), \qquad f(0) = 1 \tag{5.9}$$

という積の形に分解できれば，(5.8) 式は何ら矛盾をきたさない．実際に，解析的に解ける場合は，この形になっていると想像される．

また，(5.1) 式における時間依存部分は，$\omega \to 0$ の極限で考えると，

$$\lim_{\omega\to 0}\int_0^t \frac{\sin[\omega(t-t')]}{\omega}a(t')dt' = \int_0^t (t-t')a(t')dt' = h(t) \tag{5.10}$$

と計算される．これは地震振動 $h(t)$ に比例して建物全体の振動が起こることを示す．

つぎに，ω が虚数となる場合を考えよう．一般に下から有限個の ω_i が虚数になる場合，

$$\omega_i = \sqrt{-1}\,\kappa_i, \qquad i = 1,\ 2,\ \cdots\ i_0 \tag{5.11}$$

とおく．このときは，変数 ω を実数から虚数に解析接続することで，解が得られる．(5.1) に含まれる時間依存部分は，

$$\frac{\sin[\omega_i(t-t')]}{\omega_i} \Rightarrow \frac{\sinh[\kappa_i(t-t')]}{\kappa_i} \tag{5.12}$$

に変り，これは時間の経過にしたがって，指数関数的に増大し，構造物が倒壊することを意味する．また，空間部分に付く規格化定数については

$$\omega_i\left[\partial_\omega \Delta(\omega,0)\right]_{\omega=\omega_i} \Rightarrow \kappa_i\left[\partial_\kappa \Delta(\sqrt{-1}\,\kappa,0)\right]_{\kappa=\kappa_i} \tag{5.13}$$

となるだけで特に問題はない．

線形解析ではあるが，重力効果を含めたことで倒壊現象が起こることを説明できる．もちろん，実際に倒壊が始まると，それは大変形の領域になるので，線形解析の範囲を超えるが，ここでは，その初期段階が線形理論で解析されることを示した．

6．実際例における μ, ν の値の見積もり

前回の論文では，建築物は高いほど固有の振動数が低くなり，地震に対し共鳴しずらくなることを示した．また，今回のものでは，高いほど座屈現象が起きやすいことを示した．実際どのような条件のときに，座屈が起こるかを例を用いて調べてみよう．

鋼鉄板で作られた鉄塔の場合

最も簡単なモデルとして，鋼鉄板で作られた鉄塔を考える．断面は外法で一辺の長さ a の正方形とし，板厚を d, 高さを L とする．鋼鉄に関する諸定数として，

$$E = 200\ \mathrm{GPa}, \qquad G = 80\ \mathrm{GPa}, \qquad \rho = 8000\ \mathrm{kg/m^3} \tag{6.1}$$

とし，また，重力加速度を

$$g = 9.8\ \mathrm{m/s^2} \tag{6.2}$$

とする．このとき，(2.3) で定義される《潰れ易さ》ν は，断面形状には無関係で，L をメートルで測ったとき，

$$\nu = \sqrt{\frac{\rho g L}{G}} = 0.98 \times 10^{-3}\sqrt{L} \tag{6.3}$$

となるが，この値は L が数千メートルまで，ほとんどゼロとみなせる．

一方，(1.4) で定義される《曲げ易さ》μ を見積もるために，板厚 d は，断面の一辺の長さ a に比べ十分に小さいものとすると，断面積 A は，

$$A = a^2 - (a - 2d)^2 \cong 4ad \tag{6.4}$$

また，断面 2 次モーメント I は，

$$I = \frac{1}{12}a^4 - \frac{1}{12}(a - 2d)^4 \cong \frac{2}{3}a^3 d \tag{6.5}$$

となる．したがって，《曲げ易さ》μ は，

$$\mu = \sqrt{\frac{\rho g A L^3}{EI}} = \sqrt{\frac{6\rho g L^3}{Ea^2}} = 1.533 \times 10^{-3}\sqrt{\frac{L^3}{a^2}} \tag{6.6}$$

となり，これも板厚には無関係になる．この値が (1.10) で定義される最初の座屈値 $\mu_1 = \dfrac{3}{2} \times 1.866 = 2.8$ になるためには，

$$L^3 = 3.33 \times 10^6\, a^2 \tag{6.7}$$

となる．この a と L の関係を，次ページ図 5 に示す．例えば，$a = 50$ m としたときには，$L \cong 2000$ m という値になる．この種の鉄塔は，高さが 2500 m を超えると自重のために潰れるという計算になるが，$L = 2500$ m となる a の値は，およそ，$a = 69$ m である．

これらの結果を見ると，座屈が起きるのは相当高い場合だけで，現実の建築物は安全であると考えるかもしれないが，そうではない．ここで取り上げた鉄塔は，かなり特殊なものであり，しかも，すべての部分が 1 つの欠陥もなく，一様に作られているものと仮定している．現実のものには，溶接あるいはボルト締めなどの弱い部分が必ず存在する．地震で倒壊あるいは剪断破壊が起こるのは，1 箇所でも弱い部分があるとそこから破壊が起こり，全体の倒壊ということにつながる．

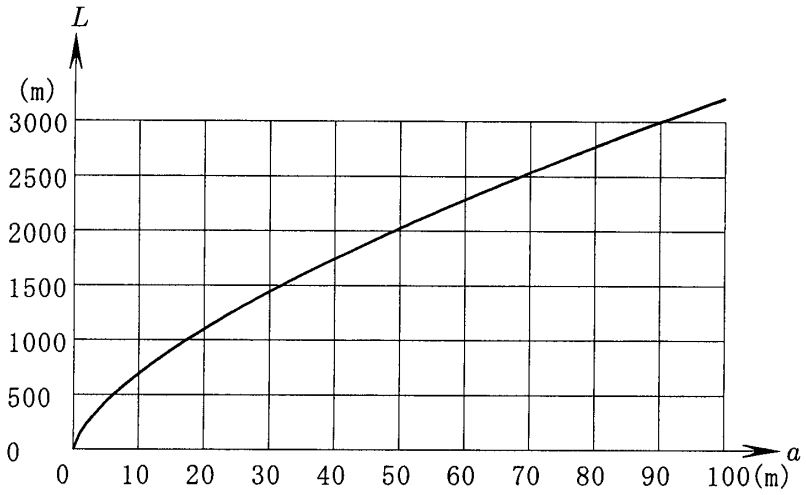

図5　座屈する高さ L と幅 a の関係（鋼鉄板で作られた鉄塔の場合）

鉄骨で作られたビルの場合

一般の建築物は，鉄骨を構造材として組み立て，その間をコンクリートで埋めるというものがほとんどである．コンクリートの強度は圧縮で鋼鉄の 1/10，引張はほとんどゼロに等しい．ここでは，コンクリートの強度を鋼鉄に比べ，無視することにして，ここで展開した理論を当てはめてみよう．このとき，

(1) 断面積 A，および断面 2 次モーメント I は，鉄骨部分のみで計算する．

(2) 剛性率 G は筋交い（ブレース）がどのように使われているかによって決める．例えば，底辺の長さ a，高さ h のところに，斜めに打ち付けた，断面積 S，長さ $\sqrt{a^2+h^2}$ のブレースの場合，剛性率 G は，ブレース 1 本あたり，

$$G = \frac{\lambda}{(1+\lambda^2)^{3/2}}\frac{SE}{A}, \qquad \lambda = \frac{h}{a} \ \text{(縦横比)} \tag{6.8}$$

で与えられる．

(3) コンクリートや床部分の質量を，高さ方向に平均化して，鋼鉄の密度 ρ の中に繰り込む．

ということが必要になる．

これらを見積もることは，個々の建築物によって異なってくるが，ここでは，最も簡単な 1 つの例として，1 辺の長さ a の正方形断面を持つビルを想定し，この断面の各四隅に，断面積 S の鉄骨を柱として立てる．また，各階の高さ h 毎に，同じ断面積 S，長さ $\sqrt{a^2+h^2}$ のブレースを，各階の各面に 1 本ずつ，取り付けた場合を考える．(6.8) で定義される剛性率 G は，縦横比 λ の関数として，

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{6.9}$$

のとき，最大値をとるので，この値に固定する．また，全断面積 A は，4本の柱の断面積の合計で，$A = 4S$ とし，1つの振動方向には左右のブレースが関与するので，2倍されることを考慮すると，剛性率の値は，

$$G = \frac{E}{3\sqrt{3}} \cong 38.49 \text{ GPa} \tag{6.10}$$

となる．つぎに，コンクリートおよび各階の床部分の質量を見積もらなければならないが，これは建築物によってかなりの違いがありえる．ここでは，パラメータとして，鉄骨に繰り込んだ密度 ρ を，鋼鉄の α 倍とし，

$$\rho = 8000\ \alpha \text{ kg/m}^3 \tag{6.11}$$

とする．α の値は，数十から数百のオーダーであろう．

以上から，(2.3) で定義される《潰れ易さ》ν を見積もると

$$\nu = \sqrt{\frac{\rho g L}{G}} = 1.427 \times 10^{-3} \sqrt{\alpha L} \tag{6.12}$$

となる．これから見ると，例えば，高さ $L = 1000$ m としても，$\nu = 1$ となるには，$\alpha \cong 490$ というかなり大きな値になる．正しく設計されたビルではこのようなことは起こりえないものと考えられる．しかし，大地震によって，ひとたび一部分でも破壊が起きるとその部分の Young 率が小さくなり，全体の壊滅ということが起こりえる．

つぎに，《曲がり易さ》μ を見積もってみよう．断面2次モーメント I は，柱4本分で，

$$I = 4S(a/2)^2 = a^2 S \tag{6.13}$$

となるので，μ は，

$$\mu = \sqrt{\frac{\rho g A L^3}{EI}} = 1.252 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{\alpha L^3}{a^2}} \tag{6.14}$$

となる．この式は，質量の繰り込み定数 α が付く分だけ，(6.6) 式とは異なっていて，$\alpha = 3/2$ のとき，(6.6) 式と一致する．この値が，最初の座屈値である $\mu_1 = 2.8$ になるためには，

$$L^3 = 5.00 \times 10^6 \frac{a^2}{\alpha} \tag{6.15}$$

となり，繰り込み係数 α が大きくなるほど，当然であるが，低い高さで座屈することがわかる．この様子は次ページ図6に，$\alpha = 50$ から 500 まで，50 おきに固定したときの L と a の関係をプロットした．例えば，底辺の長さ $a = 50$ m，繰り込み係数 $\alpha = 100$ としたときの座屈する高さは，$L = 500$ m となる．この図から α の値がある程度大きくなるとその依存性は鈍くなるようにみえる．例えばこの図で，$\alpha = 400$ と 500 とでは，ほとんどその差がない．しかし，曲線の勾配も小さくなるので，座屈する高さにはかなりの違いがでることに注意する．

また，柱の太さ（断面積 S）は，解析の途中でキャンセルされ，最終結果には直接表れてこない．しかし，これは全体の質量に対する鋼鉄部分の質量比ということで，ここでの繰り込み係数 α の中に間接的に含まれている．

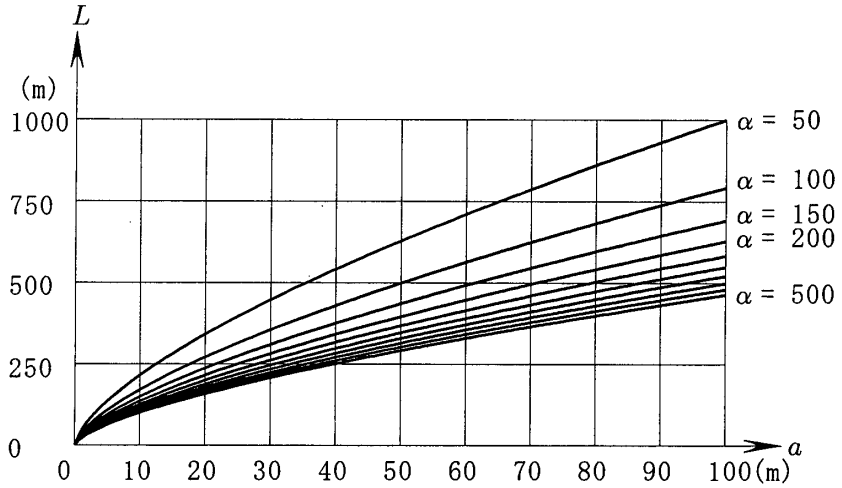

図6 座屈する高さ L と幅 a の関係（鉄骨造の場合）

7. おわりに

この論文では，高層建築物を１本の弾性棒と仮定して，座屈現象について議論してきた．座屈には，曲げによるものと，剪断によるものとの２種類があり，そのための座屈指標とでもいうべき,《曲げ易さ》μ と《潰れ易さ》ν という２つの無次元量を導入した．これらの量は地震振動とは無関係に，建物自体で固有に決まる量である．μ は高さ L の 3/2 乗に比例するが，ν は高さ L の 1/2 乗に比例する．そのため高層建築物では，剪断よりも曲げによる座屈の方が支配的になる．ただし，この結果には，すべての物理量が高さ方向に一様という仮定をしたことが大きく効いている．実際の建築物は，各階毎に床面があり，そこにある程度の重量物が載っている．その場合，柱と床の接合部では，他の部分に比べ大きな剪断力が作用するので，接合部における剪断破壊が起き易いことは確かである．この点については，今後さらに研究する必要がある．

もし仮に，初めから座屈するような建築物を作ったとしたら，それは地震の大小に関係なく，どんなに弱い地震であっても，たちまち倒壊するはずである．正しく設計された実際の建築物はそうはなっていない．建築物が地震で倒壊するのは，大きな揺れによって一部が弾性限界を超え，その点で Young 率なり，剛性率が小さくなり，その影響が全体におよび，座屈条件を満たすようになるからである．また，高層になればなるほど，建物自体が持つ重力による位置エネルギーは，地震振動のエネルギーをはるかに超える膨大な量になっている．一度倒壊し始めると，その位置エネルギーを解放しようとして，ますます本格的倒壊に至る．したがって，高層建築では，設計段階ではもちろんのこと，施工段階においても，一部分でも弱い箇所を作らないということが大切である．前回の論文で示したとおり，高さが高くなっても，地震による振動エネルギーは，単位質量あたりでみると，ほぼ一定か，あるいは高くなるほど小さくなるくらいである．これは，高いほど構造的に軟構造になるためである．したがって，座屈さえ起こらないように，正しく設計，施工された高層建築物は安全であるといえる．