

タイトル	ディジタルホログラフィによるホログラフィ振動解析
著者	高井，信勝
引用	北海学園大学工学部研究報告，36：121-141
発行日	2009-02-20

デジタルホログラフィによるホログラフィ振動解析

高 井 信 勝*

Holographic Interferometry of Vibrating Objects and its Simulation by Means of Digital Holography

Nobukatsu TAKAI*

Abstract

The optical holographic interferometry to be used for analyzing vibrating modes of objects is described to reveal the information of vibrations recorded in the holograms. The fringe patterns observed in the images reconstructed from holograms depend on not only the vibration modes but also the shutter function representing the exposure at the stage of recording the holograms. Such an optical technique is applied to the digital holography by the computer, and the simulation study on the vibration analysis is executed. The computer simulations with MATLAB are executed with respect to the time-average and the pulse-stroboscopic methods of holographic interferometry. The fringe patterns are analyzed by using histogram of intensity, and, in the pulse-stroboscopic method, it is revealed that the maximum amplitude of vibration can be detected as the maximum point of the fringe contrast when the phase difference between the vibrating object and the illumination pulses is changed.

1. はじめに

一般に、光の場は複素振幅で記述され、その振幅と位相の両方によって光波が担う情報が与えられる。しかし、ふつうの写真や映像は、光波の空間的な強度（振幅の絶対値の2乗）を画像として記録したものであるので、位相情報は消失し、あるがままの光の場を再生することはできない。写真から立体像が得られない理由はここにある。つまり、真に光の場を再生するには、光波の振幅と位相の両方の情報を完全に記録し、再生する必要がある。これが可能な技術がホログラフィの技術¹⁾であり、これによって光波を完全な形で再生できる。そして、その再

* 北海学園大学工学部電子情報工学科

* Department of Electronics and Information Engineering, Faculty of Engineering, Hokkai-Gakuen University

生波に別の光波を重ね合わせる干渉技術を用いることができる。この干渉技術がホログラフィ干渉法^{2)~4)}である。

光波の干渉を利用すると、光の波長スケールの微小の変位・変形の測定だけでなく、振動する物体の振動状態を干渉縞という視覚的でかつ定量化できる情報として得ることができる。しかし、通常の物体表面は、光の波長オーダーのスケールでは、ランダムな粗面であり、そこから出射する光波（物体波という）の位相は確率過程として記述される。そのため物体波と基準とする参照波との干渉強度は、ランダムな干渉縞が折り重なった複雑なパターンとなり、その解析から物体情報を得ることは通常できない。

粗面のような拡散物体からのランダムな位相を持つ光波の干渉結果は、光学的なホログラフィの技術における記録媒体としてのホログラムそのものである。そして、ホログラフィでは、このホログラムから位相情報を含めた物体情報が完全な形で再現できる。

本稿では、まず、振動物体からの光波をホログラムとして記録し、物体の振動情報を干渉縞の形で検出する光学的なホログラフィ干渉法を記述する。続いて、ホログラフィ干渉法をMATLAB⁵⁾によるデジタルホログラフィ^{6)~12)}によって実現する手法を記述する。最後にデジタルホログラフィを用いる計算機シミュレーションによって振動物体を解析するホログラフィ干渉法を記述する。以下、2節では光学的なホログラフィ干渉法、3～5節ではデジタルホログラフィ、6節～7節では振動物体のデジタルホログラフィ干渉法のシミュレーション結果を記述する。

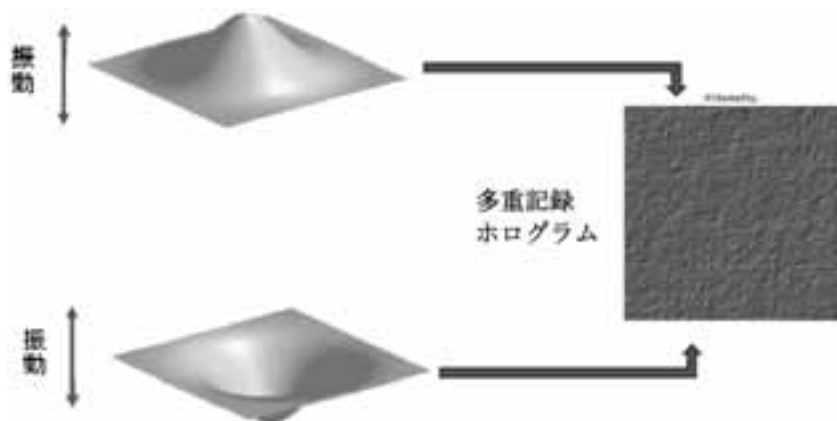


図1 振動物体のホログラム多重記録

2. 光学的なホログラフィ干渉

2.1 振動物体のホログラム干渉

振動物体のホログラフィ干渉法を、図1に示す面の振動を用いて説明する。いま、図にみら

れるように、対象とする振動物体の面が上下に振動しているとする。この振動面がある時刻に上に凸になったときに、その面からの光波のホログラムを瞬時に記録し、つぎの時刻に、振動面が反転して下に凸になった瞬時にその面を記録すると、二重（あるいは、多重に）に記録されたホログラムが作成される。像の再生段階では、この多重記録ホログラムからは、記録した面の凹凸に比例する位相分布を持つふたつの光波が同時に射出し、互いの干渉強度を観測できる。後述されるように、このときに観測される干渉縞は、2つの光波の位相差に依存するが、同時に、干渉縞を記録するときの露光方法を記述するシャッター関数にも依存する。因みに上で述べた多重記録法は、原理的に、振動に同期させてストロボ照明を行うパルスストロボ法に等価な方法である。

このように、ホログラフィ干渉を用いて、2つの光波の位相差の空間分布が干渉縞として得られ、それを利用することによって、面の変形の測定や振動物体の振動モードの解析などを実行できる。つまり、異なる時刻のふたつの光波を、ひとつのホログラムとして記録すると、振動面の振動振幅（変位）を解析することができる。

2.2 振動物体の光学的ホログラムとそれからの再生像

光学的なホログラフィでは、物体情報を記録した媒体をホログラムといい、これを作成する基本的な光学系が図2である。この図にあるように、物体（対象）はコヒーレントなレーザー光で照射され、それからの光波（物体波という）をおなじ光源から別ルートで導かれた参照波と、観測面で、重ねて干渉強度を記録する。この記録がホログラムである。このとき、物体表面がその面に垂直方向に振動していると、物体波は観測面の座標 (ξ, η) の関数であるとともに時間 t にも依存する。したがって、物体波を $O(\xi, \eta, t)$ と表し、簡単のために、参照波 R は空間座標にも時間にも依らずに一定とすると、これらの干渉強度は

$$I(\xi, \eta, t) = |O(\xi, \eta, t) + R|^2 = |O(\xi, \eta, t)|^2 + |R|^2 + O(\xi, \eta, t)R^* + O^*(\xi, \eta, t)R \quad (1)$$

とかける。ここで、 $*$ は複素共役を意味する。ホログラム面の物体波 $O(\xi, \eta, t)$ と物体を出た直後の光波の関係は、

$$O(\xi, \eta, t) = \Im[o(x, y)e^{i\theta(x, y, t)}] \quad (2)$$

とかける。ここで、 $o(x, y)$ が物体直後の光の振幅分布、 $\theta(x, y, t)$ は物体の振動に伴って変化する位相分布である。また、演算子 $\Im[...]$ は物体からホログラム記録面までの伝搬を表す時間に無関係な空間演算子である。振動物体では、位相分布 θ は

$$\theta(x, y, t) = \alpha(x, y) \sin \omega t \quad (3)$$

とかけるので、式(2)の物体波は

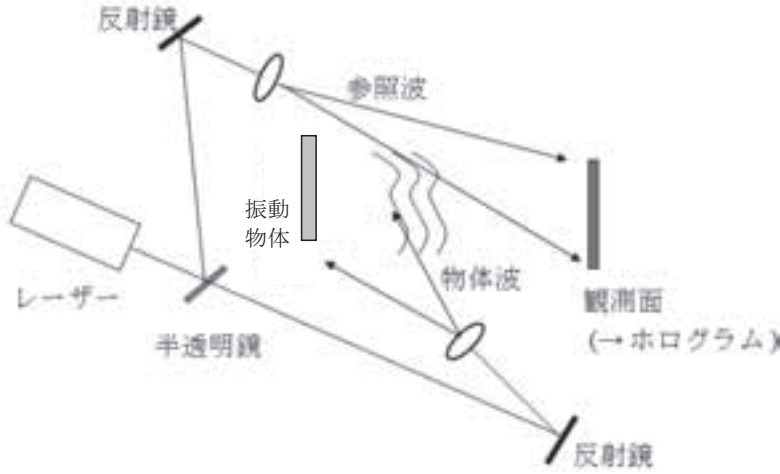


図2 ホログラフィにおけるホログラム作成光学系

$$O(\xi, \eta, t) = \Im [o(x, y) e^{i\alpha(x, y) \sin \omega t}] \quad (4)$$

と表される．ここで， α は物体の振動振幅を $a(x, y)$ ，光の波長を λ ，光学配置で決まる定数を x とすると，

$$\alpha(x, y) = 2\pi x a(x, y) / \lambda \quad (5)$$

で与えられる．また ω は物体振動の角振動数である． x は，物体照射光線と物体面のなす角度を θ_1 ，物体波の光線と物体面のなす角度をとすると θ_2 ， $x = \cos \theta_1 + \cos \theta_2$ で決まる定数である．

もし物体が振動していないならば，式(1)はホログラムとして記録される干渉強度そのものである．しかし，時間に依存して変化する振動物体の場合では，記録される強度は，露光条件で決まる時間に関して瞬時強度を積分しなければならない．したがって，露光時間に関する時間関数を式(1)に乗じて時間積分した結果がホログラムとして記録される強度分布になる．このときに用いられる時間関数は，シャッター関数とよばれる．シャッター関数を式(1)に乗じて，それを積分したものがホログラムになる．

式(1)の右辺は4つの項からなるが，よく知られているように，再生像として観測されるのは，ホログラムを回折格子と考えたときの1次の回折光である第3項の成分である．以下では，シャッター関数を $w(t)$ とし，この項に関してのみ時間積分強度を調べる．つまり，この成分の時間積分ホログラム強度は

$$I_h(\xi, \eta) = \int w(t) I(\xi, \eta, t) dt = \int w(t) O(\xi, \eta, t) R^* dt \quad (6)$$

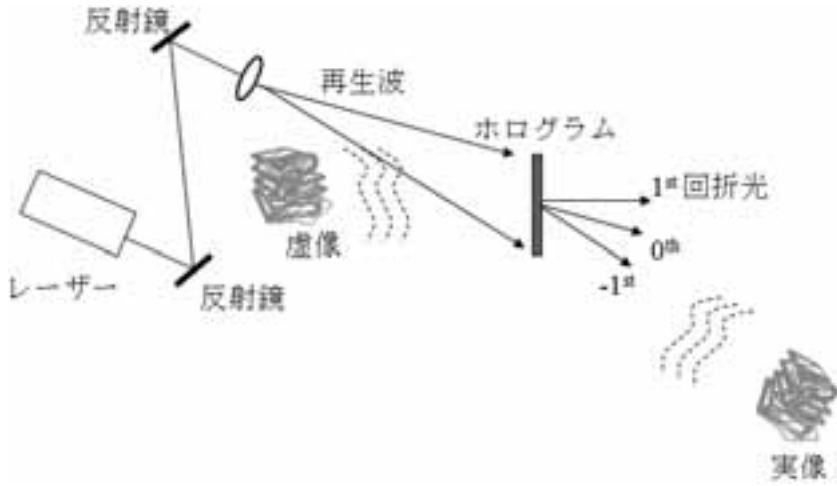


図3 ホログラフィにおける像再生光学系

とかける．これがホログラムとして記録される強度分布の一般的な表式である．なお，式(6)において積分範囲は，後述されるようにシャッター関数 $w(t)$ で与えられる．

図3はホログラムから像を再生する光学配置である．ここにあるように，ホログラムに再生波を乗じたときに出る光波の虚像が再生像を与える．その結果，再生像つまり虚像の強度分布 $I_R(x,y)$ は，空間的な逆変換の後に強度をとることによって，

$$I_R(x,y) = |\mathfrak{S}^{-1}\{RI_h(\xi,\eta)\}|^2 \quad (7)$$

と得られる．ここで， $\mathfrak{S}^{-1}\{\}$ はホログラム面から像面までの光波の伝搬を記述する $\mathfrak{S}\{\}$ の逆演算子である．式(7)に式(5)，(6)を用いると，

$$I_R(x,y) = |R|^4 \left| \int w(t) \mathfrak{S}^{-1}\{O(\xi,\eta,t)\} dt \right|^2 = |R|^4 |o(x,y)|^2 \left| \int w(t) e^{i\theta(x,y,t)} dt \right|^2 \quad (8)$$

となる．

式(8)の結果は，物体が振動しているときには，物体像強度 $|o(x,y)|^2$ だけが観測されるのではなく，シャッター関数 $w(t)$ と物体振動に関する位相 $\theta(x,y,t)$ を含む積分が再生像の強度分布を与えることを意味している．

2.3 シャッター関数と干渉縞

(1) 時間平均法

図4には，ある場所での物体振動の振動波形とともに，時間平均法とパルスストロボ法で用いられるシャッター関数 $w(t)$ を示してある．図4の中段にあるように，ホログラムに記録される干渉強度が，物体の振動周期より十分長い時間にわたって積分される場合を時間平均法という．これは，実効的に一周期にわたる時間平均に比例する．このとき再生像強度を与える式

(8)は、式(4)を適用し、一定因子を省略すると、

$$I_R(x, y) = |o(x, y)|^2 \left| \frac{1}{T} \int_0^T e^{ia(x, y) \sin \omega t} dt \right|^2 = |o(x, y)|^2 J_0^2(a(x, y)) \quad (9)$$

となる。ここで、0次の第1種ベッセル関数 $J_0(\dots)$ の積分表示

$$J_0(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\alpha \sin \omega t} dt \quad (10)$$

を用いた。式(9)の結果は、時間平均法では、ホログラフィ干渉の再生像に現れる干渉縞は、実効的な物体の振動振幅 $a(x, y)$ を変数とする0次のベッセル関数によって記述されることを意味している。

(2) パルスストロボ法

シャッター関数が図4の下段のように周期的なパルス列で、その照明の露光によってホログラムに干渉強度が記録される場合をパルスストロボ法という。

パルスストロボ法では、照明光は、物体振動と同期を取り、振動周期 T の半周期 $T/2$ の間隔で繰り返しパルスの与える。その結果、物体波と参照波の瞬時の干渉強度が次々とホログラムとして多重記録される。しかし、周期ごとと同じ二重記録が繰り返されるので、ホログラムの平均強度は一周期に2度の干渉強度を重ねたものである。したがって、十分長い時間にわたるパルス列の照明は、実効的に1周期に2個のパルス光を照明することに等価である。そこで、時刻 $t = \tau$ と $t = \tau + T/2$ に照射される2個の光パルスを δ 関数で表すと、式(8)で与えられる再生像は一定因子をのぞいて

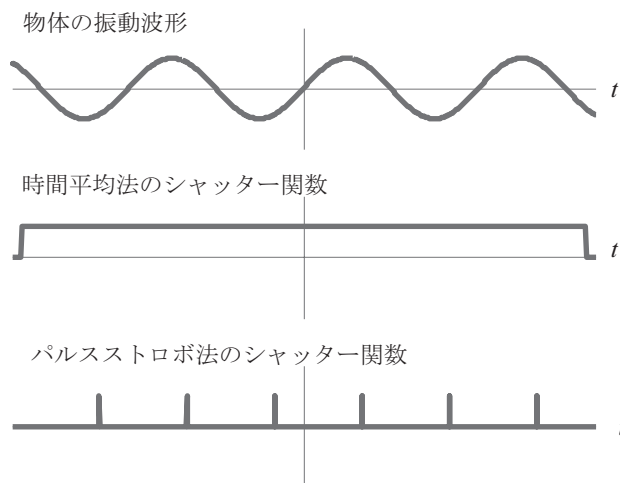


図4 物体の振動(上)に対する時間平均法(中)とパルスストロボ法(下)とのシャッター関数。

$$I_R(x, y) = \left| o(x, y) \right|^2 \left| \int_{-T/2}^{T/2} [\delta(t - \tau) + \delta(t - \tau - T/2)] e^{i\alpha(x, y) \sin \omega t} dt \right|^2 \quad (11)$$

とかけ、この積分を実行すると、

$$I_R(x, y) = \left| o(x, y) \right|^2 \cos^2(\alpha(x, y) \sin \omega \tau) \quad (12)$$

が得られる。この結果は、パルスストロボ法では、実効的な振動振幅 $\alpha(x, y)$ の関数として \cos 関数の 2 乗で与えられる干渉縞が物体像 $|o(x, y)|^2$ に重畳して生じることを意味している。しかし、この場合には、パルスを照射する時刻 τ の選び方、つまり物体振動とパルス列の同期の取り方に結果は強く依存することに注意しなければならない。

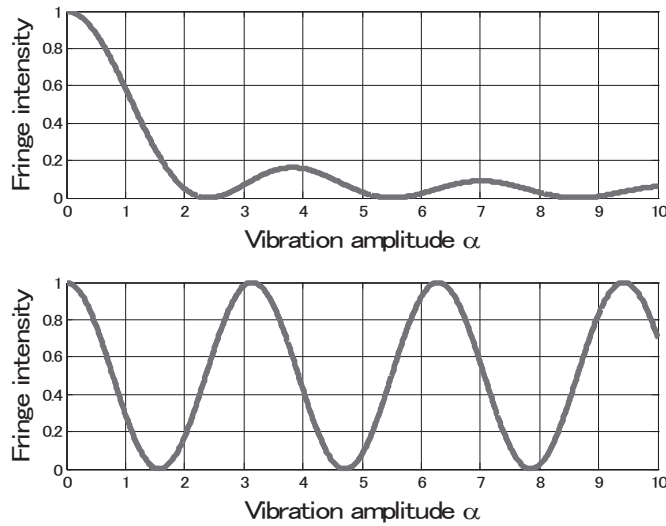


図5 振動振幅と干渉縞強度の関係。時間平均法（上）とパルスストロボ法（下）。

図5に、時間平均法とパルスストロボ法とで得られる面の実効的な振動振幅 α と干渉縞強度の理論的な関係、つまり、 $J_0^2(\alpha(x, y))$ と $\cos^2(\alpha(x, y))$ の振る舞いを示す。これをみてわかるように、パルスストロボ法では、振動振幅 α が増大すると、明暗の繰り返しがハイコントラストで変化する。一方、時間平均法では、 α が増大するとそれが小さいうちは急速に強度が減少し、その後、振幅の増大とともに全体的に小さな（暗い）明暗の変動を繰り返す。このように、時間平均法では、干渉縞の変動は全体的に暗い変動になるけれども、この方法には「振動振幅がゼロ、すなわち振動しない部分が最も明るい干渉縞」として得られるという、パルスストロボ法にはない、大きな特徴がある。

3. デジタルホログラフィ

3.1 デジタルホログラムの作成と像の再生

前節までにおいて、振動物体の光学的ホログラムからシャッター関数に依存する形で物体振動の干渉縞が得られることを数式を用いて記述した．ここでは、デジタルホログラフィによるホログラフィ干渉法を記述する．

デジタルホログラフィは、前節で述べた光学的なホログラフィの手法をコンピュータ内部で実現する技術である．このデジタルホログラムの作成手順を図6に示す．ここに示すように、3次元的な物体に代わってホログラフィの対象になるのは、通常、2次元画像である．そして、実際の物体表面が粗面であることに倣って、入力画像は乱数を用いることによるランダム位相で変調される．さらに、物体波がホログラム記録面まで回折伝搬することを、2次元フーリエ変換として扱う．これは、フラウンホーファ回折の伝搬に代表されるように、実際の光の回折が、基本的に光の場のフーリエ変換によって記述されることに倣っている．

図6にみられるように、参照波との干渉強度は入力画像のフーリエ変換面にとられるが、デジタルホログラフィではそれ自体がホログラムではなく、像再生に関係しない部分を、後処理によって、取り除いたものを最終的なデジタルホログラムとして取り扱う．つまり、デジタルホログラフィでは、式(1)の右辺において再生像に関係しない第1項と第2項を除去したものがデジタルホログラムになる．

デジタルホログラムからの像の再生手順は簡単である．この手順を図7に示す．つまり、デジタルホログラムに、適当な再生波を乗じ、その結果の2次元の逆フーリエ変換をとると再生像が得られる．ただし、通常用いられるフーリエ変換の演算であるFFTによる逆フーリエ変換の結果は、一般に複素数データとして得られるので、結果の絶対値が再生像となる．この処理は、そもそも画像データは非負の実数データであるので、再生像データも非負でなければならないから何も問題はない．

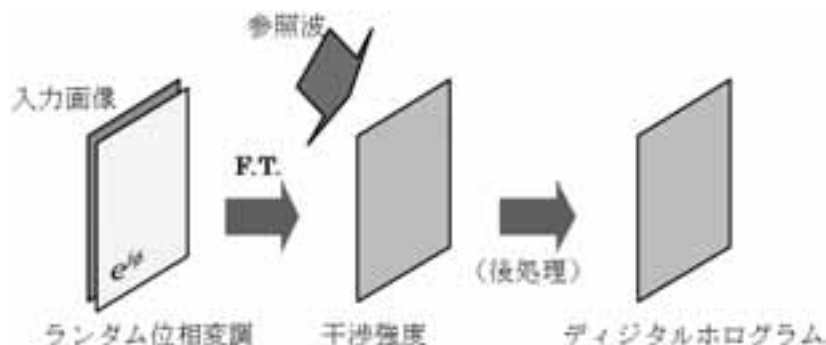


図6 デジタルホログラムの作成手順．F.T. は2次元フーリエ変換の演算である．

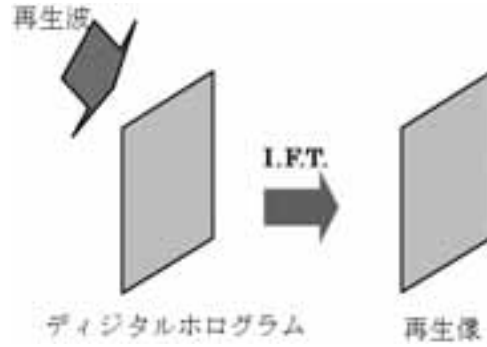


図7 デジタルホログラムからの像再生の手順。ここで、I.F.T.は2次元逆フーリエ変換の演算である。

3.2 デジタルホログラフィの数学的記述

デジタルホログラフィの有効性や適用限界はそれを理論的に議論することで明らかになる。ここでは、その数学的記述を簡単に述べる。

図6にいて、入力画像を、 $g(x,y)$ ランダム位相を $\phi(x,y)$ とすると、ランダム位相変調を受けた結果は、

$$g(x,y) \exp[i\phi(x,y)] \quad (13)$$

とかける。したがって、この2次元フーリエ変換は

$$G(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x,y) \exp[i\phi(x,y)] \exp[-2\pi i(\xi x + \eta y)] dx dy \quad (14)$$

となる。これがフーリエ面（ホログラム面）の振幅分布で、これに参照信号（参照画像データ） $R(\xi, \eta)$ を加えて絶対値の自乗をとったものを $H_1(\xi, \eta)$ として求めると、

$$\begin{aligned} H_1(\xi, \eta) &= |G(\xi, \eta) + R(\xi, \eta)|^2 \\ &= |G(\xi, \eta)|^2 + |R(\xi, \eta)|^2 + G^*(\xi, \eta)R(\xi, \eta) + G(\xi, \eta)R^*(\xi, \eta) \end{aligned} \quad (15)$$

と得られる。ここで、 $*$ は複素共役を表す。これが通常の光学的なホログラムの干渉強度の式(1)に相当する。しかし、デジタルホログラフィでは、式(15)の右辺において、位相を含む像の再生に関係する項は最後の2項であるので、から第1項と第2項を差し引いた

$$H(\xi, \eta) = G^*(\xi, \eta)R(\xi, \eta) + G(\xi, \eta)R^*(\xi, \eta) \quad (16)$$

を計算機上で扱うホログラムとする。つまり、これがデジタルホログラムでる。ここで、参照信号を

$$R(\xi, \eta) = \exp[-2\pi i (a\xi + b\eta)] \quad (17)$$

と表すと、式(16)は、

$$H(\xi, \eta) = G^*(\xi, \eta) \exp[-2\pi i (a\xi + b\eta)] + G(\xi, \eta) \exp[2\pi i (a\xi + b\eta)] \quad (18)$$

と表される．ここで、 a, b は参照波の位相をあたえるパラメータで、光学的な平面波においては、波面の傾きをあたえるパラメータである．

画像の再生のためには、一般には、

$$S(\xi, \eta) = \exp[i\phi_s(\xi, \eta)] \quad (19)$$

と表される再生信号（再生波）を式(18)に乘じる．ここでは、簡単のために、 $S(\xi, \eta) = 1$ （つまり $\phi_s(\xi, \eta) = 0$ ）とすると、再生像 $g_R(x, y)$ は単に式(18)の2次元の逆フーリエ変換として

$$g_R(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H(\xi, \eta) \exp[2\pi i (\xi x + \eta y)] d\xi d\eta \quad (20)$$

と得られ、これに式(18)を代入し、式(14)を用いると、

$$\begin{aligned} g_R(x, y) = & g^*(x-a, y-b) \exp[-i\phi(x-a, y-b)] \\ & + g[-(x+a), -(y+b)] \exp[-i\phi(x+a, y+b)] \end{aligned} \quad (21)$$

が得られる．この右辺は、一見複雑に見えるが、ランダム位相 $\phi(x, y)$ をもつ式(13)とその複素共役が、原点の周りに対称に現れることを示している．このように、再生段階で、互いに複素共役な関係ある2つの像が原点の周りに対称に得られるが、おのおのの再生像は、原点から (a, b) および $(-a, -b)$ だけ離れている．したがって、入力画像 $g(x, y)$ のサイズを制限し、かつ参照波の位相をあたえるパラメータ a, b を適切に選ぶことによって、2つの像を空間的に完全に分離することができる．このときには、式(21)の再生像の絶対値は、2つの項のそれぞれの項の絶対値としてよく、

$$\begin{aligned} g_R(x, y) = & |g_R(x, y)| = |g(x-a, y-b)| + |g[-(x+a), -(y+b)]| \\ = & g(x-a, y-b) + g[-(x+a), -(y+b)] \end{aligned} \quad (22)$$

が得られる．ここで、画像データは非負の実数データであることを用いた．

この結果から再生像には、原点对称に二つの像が現れることがわかる．しかし、この二つが重なり合うと、正しい再生像にならない．そのため、以下の二点に留意する必要がある．

- 対象とする入力画像は、2つの再生像の重なりが起きないようにサイズを制限する．
- また、同時に、参照光に関するパラメータ a, b を適切な値に調節する．

3.3 デジタルホログラフィの実行例

図8に、入力画像を組み込んだ原画像と、それを用いて作成されたフーリエ変換型のデジタルホログラム、およびそのデジタルホログラムから得られた再生像を示す。この結果は、付録の「プログラムリスト1」を実行した結果である。そこでは、対象とする入力画像を読み込んだ後、図5および図6に示す手順で処理を行っている。つまり、

- [1] 入力画像を読み込み、それを作成するホログラムのサイズをもつ領域に組み込む。
- [2] 参照波および再生波の2次元位相分布を用意する。
- [3] ランダム位相を作成し、ランダム位相変調した後フーリエ変換を行い、それに参照波信号を加えてデジタルホログラムを作成する。
- [4] 作成されたデジタルホログラムに再生波信号を乗じた後、フーリエ逆変換を実行して再生像をえる。

入力画像は、図8(左)のように、大きな解析フィールドに組み込む。この解析フィールドとは、作成するホログラムのサイズと同じサイズの配列であって、初期値は全要素ゼロである。いまの場合は、入力画像のサイズは 256×256 であり、解析フィールドは 512×512 である。再生像は組み込む位置に無関係であるから、入力画像を組み込む位置は、はみ出さない限り、このフィールドのどこでもよい。つぎに、入力画像を組み込んだ2次元のフィールドの全面に渡ってランダム位相変調し、その結果をフーリエ変換する。ここでは、ランダム位相は標準偏差が 2π のガウス乱数によって与えた。

フーリエ変換された結果に、参照波画像を加える。その結果の強度、つまり絶対値の2乗をとり、再生像に関係しない量を取り除く後処理を経て図8(中央)のデジタルホログラムが得られる。このようにして得られたデジタルホログラムは、全くランダムな位相分布からなるフーリエ変換場の2次元データ画像と参照波画像データの干渉強度の記録であって、ホログラム自体からは原画像の情報が全く知り得ないランダムな数値構造になっている。しかもその数値は、プログラムの実行のたびに、ランダム位相変調に用いる乱数が違うので、その都度異な



図8 入力画像(左)とそのフーリエ変換型デジタルホログラム(中)および再生像(右)。

っている。

にもかかわらず，デジタルホログラムの逆フーリエ変換の絶対値をとった結果は，ランダムなホログラム構造とは無関係に，図8(右)のように入力画像に一致する再生像としていつも得られる．言い換えると，ランダムな数値構造を持つデジタルホログラムには，入力画像の振幅と位相の完全な情報が全面に拡散した状態で分布している．そして，それらが再生段階で再構築され入力画像データが復元される．このことは，光学的ホログラフィにおいて元来よく知られているホログラム特有の性質である．

4. デジタルホログラフィ干渉法による振動解析

4.1 シミュレーションプログラム

デジタルホログラフィによる振動物体のホログラフィ干渉のシミュレーションは，基本的には，図8の入力画像データを2次元振動板のデータに置き換えて実行できる．付録の〔プログラムリスト2〕は，振動物体のホログラフィ干渉のシミュレーションを実行するプログラムである．このシミュレーションプログラムでは，以下の手順で振動板のホログラフィ干渉を記述している．

〔1〕振動物体の振動変位の定義

ここでは，方形領域が 2×3 の部分に分かれて振動する関数を与えている．この振動の最大変位は，位相値で 6π である．図9は，この振動モードを3次元表示したものである．

〔2〕参照波と再生波および物体表面のランダム位相データの定義

参照波の再生波も振幅は1としている．ただし参照波の位相は，2つの再生像が重ならないように制御して与えている．再生波の位相はゼロである．また，物体表面のランダム位相はガウス乱数で与え，その標準偏差は 2π である．

〔3〕時間平均法かパルスストロボ法かの選択

パラメータkeyが1のときが時間平均法，2のときにパルスストロボ法が選択される．

〔4〕時間積分デジタルホログラムの作成

〔3〕の切り替えにしたがって，forループで記述される積分時間が変わる．時間平均法では，1周期が32分割された時間ごとにホログラムが計算され平均される．一方，パルスストロボ法では物体振動の半周期ずれた2つの時刻でホログラムが計算され加えられる．このとき，物体振動と2つの時間の同期関係によって干渉の結果は変わる．プログラムでは，この同期は選択して変えることができる．なお，時間変動する物体波の位相は，時間とともに振動する振幅を変位分布に乗じることで得ている．

〔5〕デジタルホログラムからの像再生

デジタルホログラムを逆フーリエ変換し，結果の絶対値をとることで再生像が得られる．

[6] 後処理としてのメディアンフィルタリング処理

結果の再生像を，最大値データを最大輝度（白），最小値データを最小値輝度のゼロ（黒）で表示するとき，結果に雑音が重畳していると，表示結果の印象が大きく変わる．このような雑音をできるだけ抑制するためにメディアンフィルタリング処理を用いている．

[7] デジタルホログラムと再生像の表示

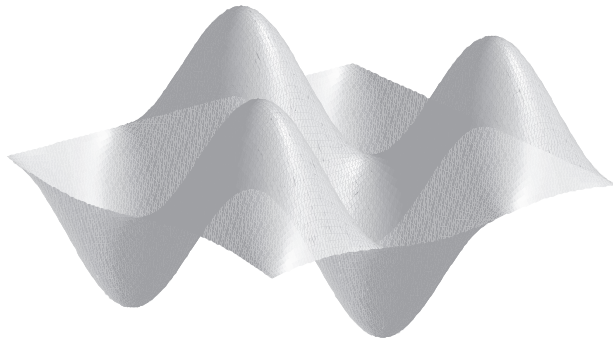


図9 2×3の領域に分かれて振動する振動モードの変位分布．

4.2 時間平均法

プログラムでは，時間平均法とパルスストロボ法を選択して実行できる．まず，時間平均法を選択して，プログラムを実行した結果を図10に示す．

図10(左)の入力画像は，一様な白地で示されている．これは，その部分が振動板の領域なのであるが，面外変位による振動変位および粗面からなる物体表面がいずれも位相変調として与えられからである．つまり，反射率が一定の位相物体として振動板は扱われている．

時間平均法では，振動周期に比べて十分大きい時間にわたって時間平均ホログラム強度（積分強度）を記録する．シミュレーションでは，1周期を32等分した間隔で瞬時瞬時のホログラム強度を計算し，2周期分の64ホログラムの平均として時間平均ホログラムを求めている．その結果が図10(中央)である．

図10(右)が，時間平均ホログラフィ干渉法の得られた再生像である．図8の静止物体の場合と同様に原点の周りの点対称の位置に二つの再生像が得られ，そのおののに時間平均法に特有なノードパターン（節のパターン）が最も明るい強度模様としてみられる．つまり，時間平均法では，振動模様の明暗は実効的な振動振幅の関数として0次のベッセル関数で与えられる（式(9)）．その結果，図5に示されているように，振動振幅がゼロの振動の節が最大強度となり，振動振幅が増大すると，干渉縞の明暗が振動的に変化する．しかし，この明暗の変動の値は小さく，干渉縞の像は一般に暗い．このような時間平均法の特徴がここでの再生像に明瞭に現れている．



図10 入力画像である振動板の強度分布(左)とそのフーリエ変換型デジタルホログラム(中)および時間平均法の再生像(右).

時間平均法の結果はすでに図10に示したが，そこに示された干渉縞の再生像を拡大して図11(左)に示す．これにみられるように，干渉縞の明暗は，振動振幅がゼロの節の部分を除くときわめて暗い．そこで， $[0, 255]$ の値に規格化されているこの干渉縞強度のヒストグラムを求めた．その結果が図11(右)である．ここにみられるように，ヒストグラム分布は，強度が100より小さいところに大きな山の分布があり，一方また，200を超える高い値のところに山の分布が分極して現れる．この前者は，暗い干渉縞の低い値の部分，そして後者は振動の節の部分の明るい領域の反映であって，時間平均法に特有なヒストグラム分布である．

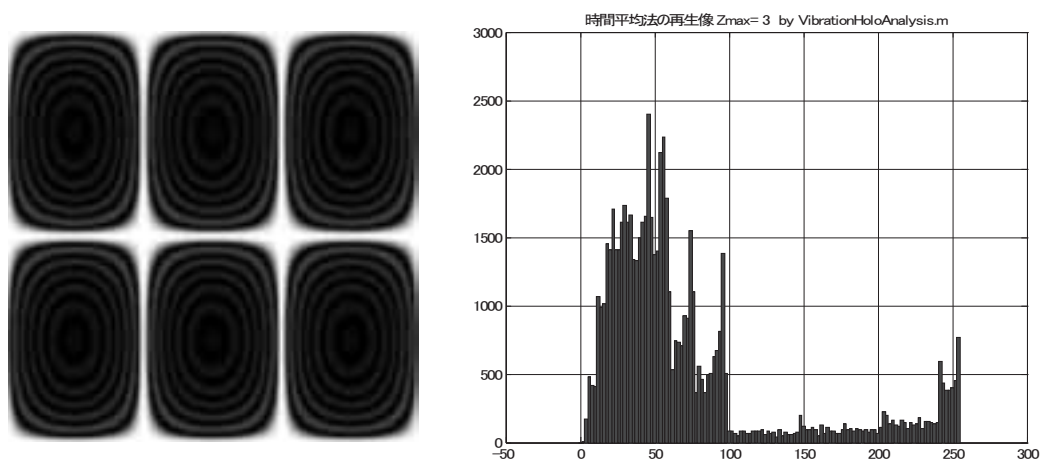


図11 時間平均法で得られた干渉縞(左)とその強度のヒストグラム分布(右)．ヒストグラムの横座標は $[0, 255]$ の範囲の強度値，縦座標は頻度．

4.2 パルスstroボ法

最後に，パルスstroボ法の実行結果を図12に示す．ここに示されている3つの結果は，物体の振動に対して2重パルスの同期関係が異なっていて，図12(左)は，物体振動と最初のパルスの同期が，位相差で0.1，(中央)は0.3，(右)は0.5だけずれている．干渉縞パターンにみ

られるように、位相差が小さいほど干渉縞の個数は少ない．この様子は、位相差がゼロの極端な場合を考えると理解できる．つまり、この場合には、2つの連続する照明が物体の振動振幅がいずれもゼロの位置でなされるので、ホログラムに記録されるパターンは同じで、そこから再生される2光波はどこでも同位相になり、干渉縞は生じない．

一方、物体振動と最初の照明パルスの位相差が大きくなると、2度目のパルスは半周期おくらせて与えられるので、物体変位の符号は逆で、ホログラムに記録される2つの光波の位相差は増大する．その結果、図12(右)の結果のように干渉縞の密度は、2つの光波の位相差とともに増大する．

図12のパルスストロボ法の結果は、物体振動と照明パルスの位相関係で干渉縞の個数が変化するが、どの結果も鮮明な干渉縞として観察される．これらに対して、おのおのの干渉縞の強度のヒストグラムを求めると、その位相関係に依存する図13の結果が得られた．ここに得られた3つのヒストグラムは、いずれもゼロに近い値の領域から高い値の領域まで広く分布し、高域になるにつれて大きくなる．しかし、位相差が小さいときには、強度値がゼロに近いところに比較的強い分布があり、同時に強度値が200を超えところの分布も大きくなっている．一方、位相差が増大するにつれて、暗い低域部分の分布が減少し、同時に高域部分も小さくなる．このように、位相差の増大は全体的にヒストグラム分布を中央値領域に集める効果を示している．

そこで、位相値をもっと細かく変化させ、位相差の関数として、干渉縞強度の平均値、標準偏差、およびコントラスト（つまり、標準偏差値を平均値で割った値）の変化を調べた．この結果を図14に示す．ここにみられるように、干渉縞の平均値は、物体振動と照明パルスの位相差が $\pi/2$ で最大になるが、標準偏差は逆にその値で最小になる．これらの結果として、コントラストは $\pi/2$ で最小になる．このことは、干渉縞の明暗の鮮明の度合いは、 $\pi/2$ の位相差で最も大きくなることを意味している．

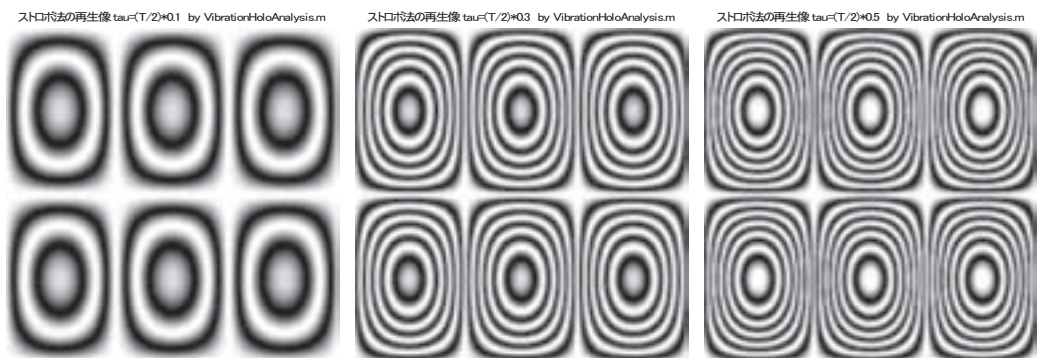


図12 パルスストロボ法で得られた干渉モードを表す干渉縞．物体の振動と第一の照明パルスの位相差が（左）0.1,（中）0.3,（右）0.5である．

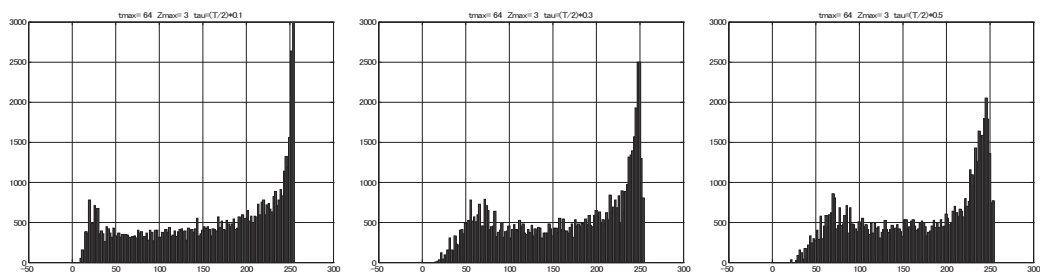


図13 図12の干渉縞データのヒストグラム分布. (物体の振動と第一の照明パルスの位相差は(左)0.1, (中)0.3, (右)0.5である. ヒストグラムの横座標は $[0, 255]$ の範囲の強度値, 縦座標は頻度.

振動振幅と照明パルスの位相差が $\pi/2$ であることの物理的な状況は, 最初のパルスが振動の山で位置であり, 第2のパルスが振動の谷の位置であることである. 結果として, この場合にホログラムから出る2つの光波の位相差が最も大きいから, 干渉縞の密度は最も大きくなる. そして, 同時に, 干渉縞のコントラストも最大になる. したがって, パルスストロボ法によって振動モードの解析を行うとき, この2つの状態を求めることで, 物体振動の未知の最大振幅を得ることができる.

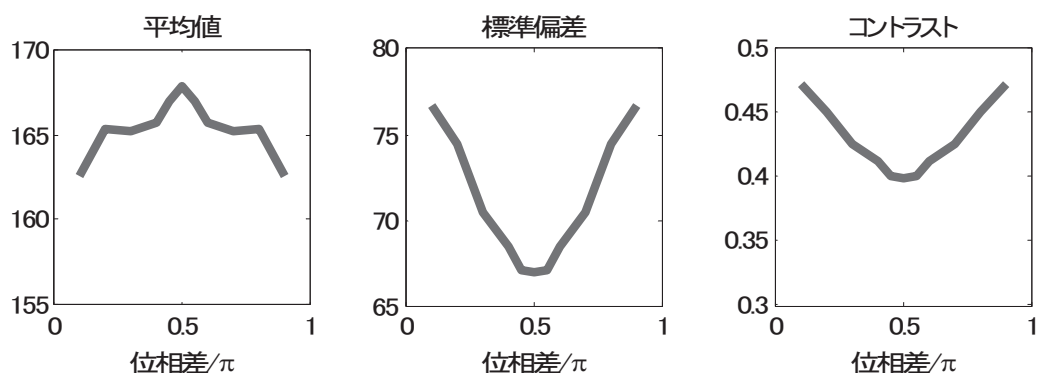


図14 振動物体との位相差を0～1.0の間で変えたときの干渉縞の平均強度 (左), 標準偏差 (中), コントラスト (右).

5. おわりに

この研究では, 従来から知られている光学的なホログラフィ振動解析の理論的な背景を記述し, それに基づいて, ホログラフィ干渉法をデジタルホログラフィによる計算機シミュレーションで実現する手法を記述した. ホログラフィ干渉法による物体の振動解析には, ホログラムとして干渉強度を記録するときのシャッター関数 (露光関数) の選択により, 時間平均法, パルスストロボ法, 正弦波変調ストロボ法^{3),4)}などの手法があるが, 本研究では最初の二つの手法に関してシミュレーションを実行することができた. その際, パルスストロボ法において結果とし得てられた干渉縞強度のヒストグラムに着目し, その分析から干渉縞のコントラスト

が最小になる同期パルスの照明によって物体振動の最大変位を見いだせることを明らかにした。

本研究は、戦略的研究基盤形成支援事業「電磁・光センシングを主体とする生体関連情報の先進的計測・処理技術の開発と応用」の一環として行った。

【参考文献】

- 1) 久保田敏広：「ホログラフィ入門」(朝倉書店 1995)。
- 2) R.L.Powell and K.A.Stetson, Interferometric vibration analysis by wavefront reconstruction, J. Opt. Soc. Am. Vol.55, 1593 (1965).
- 3) 高井信勝, 山田正紀, 井戸川徹：正弦波変調ストロボ法によるホログラフィ干渉, 北海道大学工学部研究報告, 第77号, 109–120 (1975)。
- 4) N.Takai, M.Yamada and T.Asakura : Holographic interferometry using reference wave with a sinusoidally modulated amplitude, Optics and Laser Technology, Vol.8, 21–23 (1976).
- 5) 高井信勝：「MATLAB入門」(増補版)(工学社, 2002)。
- 6) N.Takai and Y.Mifune : Digital watermarking by a holographic technique, Applied Optics, Vol.41, No.5, 865–873 (2002)。
- 7) H.T.Chang and C.L.Tsan : Image watermarking by use of digital holography embedded in the discrete-cosine-transform domain, Applied Optics, Vol.44, No.29, 6211–6219 (2005)。
- 8) 三船雄都, 高井信勝：デジタルホログラフィを用いる電子透かし技術の研究, 北海学園大学大学院工学研究科紀要「工学研究」, No. 2, pp.173–184 (2002.9)。
- 9) 高井信勝：デジタルホログラフィと電子透かしへの応用, ホログラフィック・ディスプレイ研究会会報, 第22巻, 第4号, pp.2–5 (2002.10)。
- 10) 高井信勝：拡散型デジタルホログラフィにおける再生像の誤差評価, 北海学園大学工学部研究報告, 第31号, pp.87–100 (2004.2)。
- 11) 高井信勝：デジタルホログラフィとその暗号化技術への応用, 光技術コンタクト, Vol. 42, No. 6, 283–291 (2004.6)。
- 12) 高井信勝：デジタルホログラフィ暗号化技術のホログラムキー, 北海学園大学工学部研究報告, 第32号, pp.147–158 (2005.2)。

【付録】

【プログラムリスト1】デジタルホログラムの作成と像再生

```
%Digital_Holography.m
clear ; close all

% [1] 入力画像の読み込み, 組み込みと表示
Ximage=imread('Lena256.bmp') ;    % 画像の読み込み
Ximage=double(Ximage) ;           % 対象画像
N=512 ;                           % ホログラムのフィールドサイズ
X=zeros(N) ;                      % フィールドXの初期化
```

```
s=50 ; X(1+s : 256+s,1+s : 256+s)=Ximage ; % 画像の組み込み
X0=X ; % 表示のための置き換え
figure(1) ; imagesc(abs(X0)) ; axis image ; colormap(gray) ; axis
off ; title ('原画像');
```

% [2] 参照波と再生波の位相の準備

```
p=N-s ; q=-N/2 ;
for x=1 : N ;
    for y=1 : N ;
        ReferencePhase(x,y)=2*pi*(1*p*x/N+p*y/N) ; % 参照波の位相
        ReconstPhase(x,y)=2*pi*(0*q*x/N+0*q*y/N) ;
                                % 再生波の位相（実際は1）
    end
end
```

% [3] ランダム位相データによる変調，フーリエ変換ホログラムの作成と表示

```
RandPhase=2*pi*randn(N) ; % ランダム位相の2次元配列
X=X.*exp(i*RandPhase) ; % ランダム位相変調
FX=fft2(X) ; % フィールドXの2次元フーリエ変換

H=FX+exp(i*ReferencePhase) ; % フーリエ変換場+参照波
H=H.*conj(H) ; % ホログラム強度
H=H-abs(FX).^2-1 ; % 不要成分除去 >>>デジタルホログラム
figure(2) ; imagesc(H) ; axis image ; colormap(gray) ; axis off ;
title ('デジタルホログラム')
```

% [4] ホログラムからの再生，表示

```
R=H.*exp(-i*ReconstPhase) ; % 再生波の乗算
R=ifft2(R) ; % フーリエ逆変換
R=abs(R) ; % <<<<<<再生像
figure(3) ; imagesc(R) ; axis image ; colormap(gray) ; axis off ;
title ('再生像');
```

```
% End of file
```

[プログラムリスト 2] デジタルホログラフィ干渉法による振動解析

```
% File name : VibrationHoloAnalysis.m

clear ; close all

M=256 ;                % 振動板のサイズ
N=M*2 ;                % ホログラムのフィールドサイズ

% [ 1 ] 振動物体の振動変位の定義

xmode=1 ; ymode=1.5 ; Zmax=3 ;

for n=1 : M
    for m=1 : M
        Z(m,n)=Zmax*sin(2*pi*m*xmode/M).*sin(2*pi*n*ymode/M) ;
    end
end

% [ 2 ] 参照波と再生波データと物体表面のランダム位相データの定義

s=25 ; p=N-s ; q=-N/2 ;

for x=1 : N ;
    for y=1 : N ;
        ReferencePhase(x,y)=2*pi*(1*p*x/N+p*y/N) ; % 参照波の位相
        ReconstPhase(x,y)=2*pi*(0*q*x/N+0*q*y/N) ; % 再生波の位相 (実際は 1)
    end
end

RandPhase=2*pi*randn(M) ; % ランダム位相の 2 次元配列

% [ 3 ] 時間平均法かパルスストロボ法かの選択

key=1 ;                % key=1 : 時間平均法 / key=2 : ストロボ法
T=64 ;                % 振動の周期

if key==1 ; tt=[-T : T] ; disp('') ; disp('.....時間平均法です') ;
disp('') ; end

if key==2 ; dt=0.1 ; t1=T/2*dt ; t2=t1+T/2 ; tt=[t1,t2] ; disp('') ;
disp('.....ストロボ法です') ; disp('') ;
end
```

% [4] 時間積分デジタルホログラムの作成

```

S0=25 ;
H=zeros(N) ; % 初期のホログラム
for t=tt ;
    A=sin(2*pi*t/T) ; % 振動の時間変動
    phase=RandPhase+2*pi*A*Z ; % ランダム位相+振動の位相
    Xobj=exp(i*phase) ; % 物体画像 (Phase only object)
    X=zeros(N) ; % フィールドXの初期化
    X(1+s0 : N/2+s0,1+s0 : N/2+s0)=Xobj ; % (位相) 物体の組み込み
    FX=fft2(X) ; % フィールドXの2次元フーリエ変換 (回折伝搬)
    % デジタルホログラム
    Ht=FX+exp(i*ReferencePhase) ; % フーリエ変換場+参照波
    Ht=abs(Ht).^2-abs(FX).^2-1 ; % t番目のデジタルホログラム
    H=H+Ht/length(tt) ; % ホログラムの重ね合わせ
end

```

% [5] デジタルホログラムからの像再生

```

R=H.*exp(-i*ReconstPhase) ; % 再生波の乗算
R=ifft2(R) ; % フーリエ逆変換
ReImage=abs(R(1:M,1:M)) ; % 再生像

```

% [6] 後処理としてのメディアンフィルタリング処理

```

X=zeros(M) ;
for kx=2 : M-1
    for ky=2 : M-1
        W=ReImage(kx-1 : kx+1,ky-1 : ky+1) ;
        X(kx,ky)=median(W(:)) ;
    end
end
ReImage=X(2 : M-1,2 : M-1) ;
ReImage=ReImage/max(ReImage(:))*255 ;

```

% [7] デジタルホログラムと再生像の表示

```
figure(1) ; imagesc(H) ; axis square ; colormap(gray) ; axis off ;  
figure(2) ; imagesc(ReImage) ; axis square ; colormap(gray) ;  
axis off ;  
%End of file
```