HOKUGA 北海学園学術情報リポジトリ

学校法人北海学園 北 海 学 園 大 学 北 海 斎 科 大 学

タイトル	ラベリング手法を適用するハフ変換による直線の検出
著者	高井,信勝
引用	北海学園大学工学部研究報告,37:37-50
発行日	2010-02-22

ラベリング手法を適用するハフ変換による直線の検出

髙井信勝*

Detection of Straight Lines by Hough Transform Applying a Labeling Technique

Nobukatsu TAKAI*

Abstract

The straight lines can be detected by means of Hough transform in which a different straight line is mapped by a different point. In the detection of two or more lines involved within a digital image, their corresponding points in the Hough transform space must be identified correctly on the basis of the above principle. In the present study, the labeling technique in the digital image processing is used in order to identify them in the Hough transform space. Furthermore, the labeling technique is also used in a stage of the inverse Hough transform in order to determine the restricted region of the finite straight lines to be detected.

1. はじめに

2値のディジタル画像に含まれる直線を検出する手法として,ハフ変換(Hough変換)が知 られている^{1),2)}.この場合,ディジタル画像が画素(ピクセル)の2値の配列であることか ら,「画像に含まれる直線」もまた1と0からなる2値の集合である.ハフ変換による直線の 検出は,このような2値画像の直線を検出するために画像中に座標系を設定し,数式として直 線を見いだす画像処理技術である.したがって,ハフ変換を用いる直線の検出では,画像中の 2値の画素の集合からなる直線と,結果的に得られる数式で表現される直線の差異を明確に把 握しておくことが肝要である.つまり,検出される数式で与えられる直線は,画素の集合とし ての直線の近似的なものである.両者の差異が生じる原因は,次に挙げる現実的な状況に根ざ している.

(1) 画像中の直線は,離散的な画素から構成される2値画像であり,そのため標本化誤差は

^{*} 北海学園大学工学部電子情報工学科

^{*} Department of Electronics and Information Engineering, Faculty of Engineering, Hokkai-Gakuen University

避けられない.

- (2) 画像中の直線には線幅があるが,数学的な直線には線幅はない.
- (3) 画像自体のサイズは有限であり、その中に含まれる直線も、直線ごとに有限な長さを有している.
- (4) 画像の中にみられる直線は、ヒトがみて直線的なものであっても、多くの場合、歪み (ゆがみ) や線の揺らぎなどの欠陥を有している.
- (5) 画像中の直線には、それを取得したときに混入した雑音や、2 値画像を得るときに生じ る雑音等が含まれる.

数学的な直線は、2つの座標点が与えられると厳密に決まる.一方,画像中の2値の集合からなる直線は上述の(1)~(5)の状況にあるので,厳密な意味での数学的な直線は決められない.したがって,画像から現実的な意味で,直線を求めようとすると,合理的と見なされる仮定の下で近似的な直線を決めることになる.

本稿では、ハフ変換による直線の検出において、ラベリング処理³⁾を2つの処理に用いる. ひとつ処理は、複数の直線を区別するための処理であり、もう一つは直線の有限長を検出する ための処理である.これらの処理を通して、画像処理においてハフ変換の手法を具体的に説明 する.言い換えると、ハフ変換によって画像中の直線から数学的な直線を求める有効な近似法 において、ラベリング処理を併用する直線検出法を報告する.

2. ハフ変換による直線の検出原理

一般に、(x, y)座標上の直線は、周知のように、



図1 直線は原点からの距離 ρ とその偏角(原点からの垂線の角度) θ で決まる.

$$y = ax + b \tag{1}$$

と表され,異なる直線は2つの係数(a,b)の組で異なっている.そこで,aを横軸,bを縦軸 にとった座標系を考えると,その平面上の異なる点は,異なる直線に一対一に対応する.した がって,直線を含む画像データを解析して,(a, b)座標系で特定の直線に対応する座標点を見 いだすと,画像に含まれる直線を求めることができる.しかし,(a, b)座標系で直線に対応す る座標点を特定しようとすると,y軸との切片bが有限な値として求まっても,直線の傾きを 与えるaは $-\infty < a < \infty$ の値をとるので,(a, b)座標系の空間の広がりは無限の大きさであ る.したがって,この空間を直線の検出のために用いることは,その「無限大」ゆえに事実上 不可能である.

そこで、図1に示すように、任意の直線が原点Oからの距離 ρ とそれを与える偏角 θ (x軸から反時計周りに測った角度)によって表すことができることに着目する.このとき、式(1)の係数a, bは ρ , θ を用いて

$$a = -\frac{\cos\theta}{\sin\theta} = -\cot\theta \tag{2}$$

$$b = \frac{\rho}{\sin \theta} \tag{3}$$

と表され,式(1)は

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta \tag{4}$$

と書き換えられる.この式の下では、(x, y)座標系ひとつの直線は、一組の(ρ , θ)によって与 えられる.そして、この場合、原点から直線までの距離 ρ は、画像データが有限な広がりであ ることによって有限な値であり、偏角 θ は $0 \le \theta < 2\pi$ の範囲の有限値である.このように、 (a, b)座標系とは異なり、(ρ , θ)座標系の広がりは有限であって、画像データの直線の解析に この空間を利用することが可能である.

なお,図1における交点 Pの座標値 (x_p, y_p) は

$$x_p = \frac{-ab}{1+a^2} \tag{5}$$

$$y_{\rho} = \frac{b}{1+a^2} \tag{6}$$

であるので、原点からの距離 ρ は、 $\rho \ge 0$ (非負)であることを考慮すると、

$$\rho = \frac{|b|}{\sqrt{1+a^2}} \tag{7}$$

である.一方,偏角 θ の値が取り得る範囲は $0 \le \theta < 2\pi$ であり,a, bの符号によって

$$\theta = \begin{cases} \pi - |\cot^{-1} a| & (a \ge 0, b \ge 0) \\ 2\pi - |\cot^{-1} a| & (a \ge 0, b < 0) \\ |\cot^{-1} a| & (a < 0, b \ge 0) \\ \pi + |\cot^{-1} a| & (a < 0, b < 0) \end{cases}$$
(8)

で与えられる.

式(5)および(6)は、(x, y)座標系における直線を(ρ , θ)座標系のひとつの点に写像す る関係で、これはハフ変換と呼ばれる.このように、ハフ変換では、式(1)で表される直 線、言い換えると(a, b)座標系の座標点を求める代わりに、(ρ , θ)座標系において考えられる すべての座標点を調べる.そして、(ρ , θ)座標系で画像データ中の直線に対応した座標点を見 出し、その(ρ , θ)の値を式(2)および(3)に代入して(a, b)座標点を得る.座標点(ρ , θ)か ら座標点(a, b)を求めるプロセスは、しばしば「逆ハフ変換」と呼ばれる.

3.2値画像のハフ変換

本稿では、説明を分かりやすくするために、既知の線図の直線を用いて、ハフ変換による画 像中の直線を検出する手続きを説明する. 図2は、有限の線長からなる直線 y = -2x - 50を画 像データとして作成し表示したものであり、画像サイズは401×401 (pixels) である. ここに みられるように、扱う画像は、白地に黒のペンで線図を描いたように、背景が1 (白)、直線 の部分がゼロ(黒)で表される2値画像である. なお、この直線を含む画像には、1節で述べ



図2 ハフ変換による直線の検出を説明するための有限長の直線画像 (y = -2x-50).

た(1)~(3)の問題,つまり標本化誤差,量子化誤差,有限な線幅,有限な線長の問題は 付随している.しかし,(4),(5)の線のゆらぎや雑音は含まれていない.

ハフ変換は、ディジタル画像に座標軸を設定し、画像中に存在する線図の中から直線を数式 として検出することを目的として用いられる.そこで、簡単のために、画像中にピクセル(画 素)を単位にした原点をOとする(x, y)座標を設定する.したがって、画像データはピクセル ごとに標本化されたデータであり、(x, y)座標値も離散的である.

画像データを逐次的に走査し,直線上の点(ここでは,画素値がゼロの点)であることが見 いだされると,検出しようとする直線は,当然,この点を通る直線である.しかし,ひとつの 点を通る直線は無数考えられるので,その1点だけからは直線は決められない.この時点では 「その点を通るすべての直線」が候補になるだけである.いま,画素値がゼロの点の座標点が (*x*, *y*)であったとすると,この点は式(4)を満足するので,

$$A = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \phi = \tan^{-1}(y / x)$$
(8)

とおくと, 直線の式である式(4) は

$$\rho = A \cos\left(\theta - \phi\right) \tag{9}$$

と書き換えられる.このように、点(x, y)を通る直線群は(ρ, θ)座標系においては、式(9) の正弦曲線にしたがう.このとき、その正弦曲線の振幅Aと位相 ϕ は、それぞれ、式(7)と (8)で与えられ、着目している画素値がゼロの座標値(x, y)で決まる.このように、(ρ, θ) 座標系における式(9)の正弦曲線は、画素値がゼロの異なる座標値(x, y)ごとに異なる。

当然,直線上に多くの点が存在するので,そのおのおのに対して異なる式(9)の正弦曲線 が得られる. 図3は,図2の画像の直線データに対して式(9)を描いたものである.ただ し,正弦曲線が離散的に得られることを示すために,曲線の本数を間引いて表示している.こ の図にみられるように,異なる座標点(x, y)に対して異なる正弦曲線が得られるが,同一直線 上にある点は,原点からの距離 ρ と偏角 θ は同じ値であるので,(ρ, θ)座標系においてすべて の正弦曲線がひとつの点で交わる.逆に,すべての正弦曲線が交わる点(ρ, θ)から直線が求ま ることになる.なお,図3では,交差する点が2個存在するように見えるが,距離 ρ は非負の 値であることによって,負の ρ を破棄すると,正の値の ρ がひとつ求まる.つまり,1本の直 線が求まる.

以下では、図3の正弦曲線群を「ハフ曲線」と呼ぶこととする.この用語を用いると、ハフ 曲線において曲線が一致する点を見出すことによって、画像中の直線を検出できる.

図3のハフ曲線は,離散的な0°~360°の偏角 θ に対して,距離 ρ を求めて描かれる.この とき,距離 ρ も離散的な値にとる,あるいは離散的な値に対応づけると,多くのハフ曲線が離 高井 信勝



図3 (ρ, θ)座標系において,ひとつの直線上の複数の座標点に対して式(6)を描いた正弦曲線群 (ハフ曲線).

散的な(ρ , θ)座標を占める.当然,この離散的な空間を占める頻度(度数)は、ハフ曲線が交差する点で極めて大きくなる.この頻度分布は一種のヒストグラムであり、その分布は曲線群の一致する点で大きな値をとると予測できる.**図4**は、偏角 θ を0,1,2,...,360°にとり、距離 ρ を0,1,2,3,...,300にとったときに、**図3**の画像データから得られたヒストグラム分布を3次元表示した結果である.ここに見られるように、確かに、(ρ , θ)座標を占める点のヒストグラム分布はハフ曲線群が一致する点で大きなピークが現れる.このピークの位置は、式(7)と式(8)から計算される ρ =22.4、 θ =232°の位置にほぼ一致している.

4. 複数の直線の検出

次に、画像が複数の直線を含む場合を扱う.ここでも、説明を分かりやすくするために、図 5に示す既知の3本の有限長の直線を含む画像中の直線の検出について述べる.この画像 は、3本の直線y=2x-100, y=-2x-50および $y=75+\Delta$ を画像化したものである.ここ で、 Δ は平均値がゼロのガウス乱数列を狭帯域フィルターに通して得られた変動を表してい る.このように、3本の直線と言っても、最後のものは直線と言えないほどに大きなゆらぎを 持っている.これは、ハフ変換による直線の検出では、大きなゆらぎを持った直線も検出も可 能であることを示すために作為的に用いている.

図5の画像から得られるハフ曲線群は、極めて複雑なのでここでは示さないが、3本の直線



図5 3本の直線を含む画像.x軸に平行な直線は大きなゆらぎを持っている.y=2x-100, y=-2x-50,および $y=75+\Delta$. Δ は、平均値がゼロのガウス乱数列を狭帯域フィルターに通して得られた変動.

ごとに得られるハフ曲線が重なったものである.ハフ曲線群は複雑であるが,これをヒストグ ラム分布で示すと、3本の直線に対応するピークが、図6に示すように、明瞭に得られる.こ れは、直線が1本の場合の結果(図4)から容易に予測できるように、3本の直線に対応する ヒストグラムピークが分離して現れた結果である.問題は、ヒストグラムピークの位置の検出 である.直線が1本でヒストグラムピークがひとつのときには、ヒストグラムの最大点をひと つ求めると、直線は決められたが、複数のピークが存在するときには、状況が異なってくる. つまり、ヒストグラムピークはδ関数のように、その最大点でだけ値を持つのではなく、ピー クの周辺に大きな値が存在する.そのため、単純にヒストグラム分布の上位の値の点が、それ ぞれの直線に対応するピーク位置とは言うことができず、複数のピークの位置を求める処理を 工夫する必要がある.

ここでは,複数のヒストグラムピークを検出するために画像処理におけるラベリングの手法 を用いる.この手法は,以下の3つのプロセスによって達成される.

(1) ヒストグラム分布のクリッピング

ヒストグラム分布の全体にクリッピングを掛けて、複数のピーク領域を2値からなる連結成 分として取り出す.図6のヒストグラム分布に、このクリッピング処理を実行し、さらに次に 説明するラベリング処理を行った結果が、図7である.この処理の結果は、当然、処理に用い るクリッピングレベルに依存する.ここでは、クリッピングレベルとしてヒストグラム分布全





図7 図6のヒストグラム分布をクリッピングして得られた(ρ, θ)座標系の2次元分布. ピークを分離するためにラベリング処理を行った結果.

体の最大値の1/2の値が用いられている.しかし,これが最適なレベルというわけではない. クリッピングレベルは,検出しようとする直線の画像特性,具体的に言うと,線の太さ,長 さ,ゆらぎ,また画像に混入する雑音や処理途中で加わる誤差など,に依存して決められるも のである.しかし,ヒストラムピークは鋭い形状で大きな値を持つので,大雑把に言って最大 ピーク値の1/3~1/2のレベルが多くの場合に適用できる.

(2) ラベリング処理

クリッピング処理によって、ヒストグラムピークが存在する限られた領域を他の領域と区別 して取り出される. ピークが存在する領域を1,その他の領域を0として2値で区別すると、 ヒストグラムピークの存在する領域が2値画像における連結成分として区別されるが、複数の ピーク位置の検出には、連結成分ごとのピーク位置を求めなければならないので、分離した連 結成分を区別する必要がある.そして、この連結成分の識別はラベリング処理によって行うこ とができる.つまり、ピークが存在する領域の連結成分ごとに異なる値を与えて番号(ラベ ル)付けを行い、同じラベルの中の最大位置を求めることで、複数のヒストグラムピークが求 められる.図7では、ラベリングされた3つの領域(連結成分)が異なる明るさ(実際には、 異なる色)で示されている.

(3)連結成分ごとの重心座標

連結成分はラベリングによって識別できるが、目的はヒストグラムピークの位置座標を求めることである.このとき、図7にみられるように、連結成分の形状は一般には複雑な形状をしていて、単純にピーク位置を決めることができない.そこで、ピーク座標が連結成分の重心座標であると仮定する.この重心座標は、離散的な $\rho = 0, 1, 2,$ ρ_{max} および $\theta = 0, 1, 2,$ 360の座標空間において、ラベル1の連結成分の分布を $f(\rho, \theta)$ とすると、

$$\rho_{l} = \frac{\sum_{\rho} \sum_{\theta} \rho f_{l}(\rho, \theta)}{\sum_{\rho} \sum_{\theta} f_{l}(\rho, \theta)} \quad \nexists \downarrow \forall \quad \theta_{l} = \frac{\sum_{\rho} \sum_{\theta} \theta f_{l}(\rho, \theta)}{\sum_{\rho} \sum_{\theta} f_{l}(\rho, \theta)}$$
(10)

によって求められる3.

図8はこの仮定の下で得られた重心位置,したがってヒストグラムピーク位置を示す結果で ある.この図では,連結成分をラベルの値で決まるグレーで表し,その中の白い点でピーク位 置を表している.

ヒストグラムピークの座標点(ρ , θ)が求まると,式(2),(3)に代入して直線が決定する.このようにして,図8のピークの座標点から得られた3本の直線が図9である.しかし, この結果の直線はいずれも無限長のもので,図5の画像中の直線が有限長であるのとは異なっている.そこで最後に,無限長の直線から有限に限られた部分を取り出す作業が必要になる.



図8 ハフ曲線のピーク位置を重心位置として求めた結果.



5. 有限長直線の抽出

図5の原画像は、3本の直線からなるが、一般に、画像が直線をL本含んでいるとしよう. これらL本の直線を識別し、おのおのの直線の両端の座標が得られると、無限長の直線から有 限な直線の領域を取り出すことができる.L本の直線の識別には、画像を走査して直線が見出 されたとき(今の場合、画素値ゼロの点が見出されたとき)、その座標点(x, y)でヒストグラム ピークから求まった複数の座標点(ρ_l, θ_l)に関して

$$\Delta_l = \rho_l - (x \cos \theta_l + y \sin \theta_l) \tag{11}$$

で定義される Δ_l の値を調べる.ここで, l = 1, 2, 3, ..., Lである.この L 個の $|\Delta_l|$ を比べて最も 値が小さいものを l_{\min} とすると,座標点(x, y) はラベルが l_{\min} の直線,つまり ($\rho_{l_{\min}}, \theta_{l_{\min}}$) で与え られる直線に属すると判定し,その座標点の値を lとラベルを付ける.

以上の処理を画像の全フィールドに実行すると、原画像の直線のデータ点は直線ごとにラベルが付き識別される.図5の原画像から得られたラベル付けされた画像が図10である.ここでは、ラベルが異なるラインは、異なるグレイレベルで示されている.

最後に、ラベルごとの直線データに関して x 座標点を、ベクトルデータとして格納する.た

高井 信勝



図10 ラベリング処理により区別した3本の直線.これから各直線の取り得る領域が求められる.



図11 図9の直線から図10のラベリング処理で得られた領域を抽出した結果.



図12 (a) 文献⁴から撮られた直線を含む画像.(b) 本手法を適用して検出された直線群.

とえば、 $l の = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ (このベクトルの長 さは画像データで決まる)と求めると、このベクトル要素の最小値と最大値は、それぞれ、ラ ベル番号lの直線のx座標点の最小値と最大値である。このようにして、ラベルごとの各直線 の占める領域が求められる。図11は、図9の結果の直線を求めた領域に制限して表示した結果 で、原画像の直線にほぼ一致する有限長の直線が得られている。

5. 応用例

最後に、本手法を用いた直線の検出例のひとつを図12に示す.ここで、図12(a)は、蛙の 筋肉にステップ状の力を与えたときの筋肉の変位を実験的に調べ、時間の関数として、記録し たひとつの実験結果で、文献⁴に印刷されたこの実験結果の図をスキャナーで取り込み画像デ ータとしたものである.この図には、数本の直線が見られる.これらは、下方の水平な直線が ベースライン、中段のステップ状の線の部分が力の変化、左上方から右下に下るラインが筋肉 の変位である.また、変化がはじまる時間の位置が破線の鉛直線で示されている.

図12(b)が、本手法を適用して得られた直線群である.この結果は、ハフ曲線のヒストグ ラムピークを最大ピーク値の60%のレベルでクリッピングして得られたものであるが、このレ ベルを変えてもおよそ30%~70%の範囲では、ほぼ同様な結果が得られる.

結果として、4本の直線が首尾よく検出されていることがわかる.しかし、ステップの上の 横線や100µと示された変位スケール幅の直線は得られていない.また、直線の有限領域の検 出に不備があることが見られる.

6. おわりに

最初に述べたようにハフ変換を用いる直線の検出は、いくつもの要因によって、近似的な直 線を求める問題である。その要因には、アナログ量をディジタル量で扱うことに付随する標本 化誤差や量子化誤差も含まれるが、これらは画像処理を含むディジタル信号処理に共通な問題 で、コンピュータの高速化とメモリーの飛躍的な拡充によって解決されていると言える。しか し、検出しようとする直線の幅、歪み、ゆらぎ、あるいはまた画像やその処理の過程で混入す る雑音が、ハフ変換による直線の検出にあたえる影響については、より定量的な検討が残され ている。

これらの課題は、最後に示された応用例に見ることができる.すなわち、図12の直線の検出 の結果では、長い直線は首尾よく得られているが、直線が短いときは検出できない結果になっ ている.これは、ハフ曲線が一致する点のヒストグラムピークが大きな値を取り得ないことに よっていることは、容易に察しが付く.このような課題、つまり直線の長さと他の直線と区別 されて検出できるヒストラムピークの値の関係は、定量的に明らかにされる必要がある.同じ ことが、また線幅や直線のゆらぎとの関係にも言えるであろう.ただ、この研究を通して図5 のゆらいでいる直線に見られたように、直線がかなり大きなゆらぎをもっていても検出できる ことが示された.しかし、この場合の定量的な検討、すなわちどの程度のゆらぎの大きさまで 検出可能であるかは、今後の課題として残されている.

なお,ハフ変換は,直線だけではなく,拡張された形で円の検出にも利用できる⁵.本研究 で述べたラベリングの手法を,この拡張ハフ変換に適用する課題も残されている.

本研究は,戦略的研究基盤形成支援事業「電磁・光センシングを主体とする生体関連情報の 先進的計測・処理技術の開発と応用」の一環として行った.

【参考文献】

- R. O. Duda and P.E. Hart, 'Use of Hough transformation to detect lines and curves in pictures,' Comm ACM, Vol.15, pp.11–15 (1972).
- 2) 昌達慶仁:「画像処理プログラミング」, ソフトバンククリエイティブ, pp.447-454 (2008).
- 3) M. M. Civan and R. J. Podolsky : 'Contraction kinetics of striated muscle fibers following quick changes in load,' J. Physiol. Vol.184, pp.511–534 (1966).
- 4) 高井信勝: 「MATLAB入門」(増補版)(工学社, 2002).
- 5) Frank O'Gorman, MB Clowes : 'Finding picture edges through collinearity of feature points,' IEEE Trans. Computers 25(4), pp.449–456 (1976).