

---

タイトル	音響管共鳴の可視化と基本的な声道モデルの構成手順
著者	元木, 邦俊
引用	北海学園大学工学部研究報告, 37: 79-102
発行日	2010-02-22

# 音響管共鳴の可視化と基本的な声道モデルの構成手順

元 木 邦 俊\*

## Visualization of Resonance of Acoustic Tubes and Procedure to Construct Basic Vocal-tract Model

Kunitoshi MOTOKI\*

### 要 旨

本稿は、音声の生成過程を考察する際に必要な声道モデルについて述べたものである。時間域表現と定常状態での音場分布に基づいて音響管の共鳴が生じる現象を説明した上で、従来から用いられている1次元音響管モデルの構成手順について述べる。また、近年盛んに行われている3次元声道モデルの数値解析の現況についても簡単に述べる。

## 1 はじめに

音波は、大気圧からの圧力の変動成分である音圧と、空気の粒子が移動するときの粒子速度により表すことができる。音声は、声門から口唇に至るまでの空間（これを声道と呼ぶ）を伝搬する音波であるから、声道内の各部で音圧と粒子速度がどのような値となっているか、あるいは、これらの2つの量の間にはどのような関係があるかを知ることができれば、音声の音響特徴を説明するのに有効である。声道は音源に含まれる特定の周波数成分を強調する共鳴器として動作するが、それは形の変化する声道の途中や、声道の壁、声門、口唇などの境界で音波の反射が生じる結果であり、反射の条件の違いにより共鳴特性が変化する。どのような反射が生じるかは、境界の音響特性で規定される。本文では、音響管の共鳴について時間域表現と定常状態での音場分布に基づいて説明し、従来から用いられている1次元音響管モデルの構成法について述べる。また、最近MRIによる声道の詳細な3次元形状データが得られるようになってきており、有限要素法などの数値解析手法によって声道の微細構造も含めた音響特性を高い周波数域まで検討することが可能となってきている。3次元声道モデルの数値解析の現況につ

---

\* 北海学園大学工学部電子情報工学科

\* Department of Electronics and Information Engineering, Faculty of Engineering, Hokkai-Gakuen University

いても簡単に述べる。

## 2 音響現象を説明するための物理量と関係式

声道内の音波の音圧、粒子速度分布を適切な近似と境界条件の下で定める1次元音響管モデルが音声生成過程の物理モデルとして広く用いられる。以下では、1次元モデルの導出に必要な近似の仮定と物理的な関係式について述べる。

### 2.1 近似の仮定

音声の音源を生成する声帯振動は、声門上部と下部の圧力差に起因して生じ、声門上部での圧力変動は数百Pa程度になる<sup>1)</sup>。実際に声道内部で観測される音圧は、外部で観測される音圧よりも相当に高く、通常発話の口腔内の音圧は数十Pa（音圧レベルで120~130dB程度<sup>2)</sup>）に達する。このような音圧は通常知覚する音圧よりは高いものの、大気圧（約10万Pa）に比較すると極めて微小なので、非線形な影響が強く生じるほどではないとして、線形の音波伝搬を考える。声道内音波についても、重ね合わせの原理が成立すると仮定する。音波が存在しないときに、空気の粒子は平衡位置に静止しているとし、音波によりその位置が微小変位する。変位に時間に関して微分したものが粒子速度となる。

空間を伝搬する音波で、等位相面が平面となっている音波を平面波と呼ぶ。声道を形が変化する管と考えると、管の断面サイズと音波の波長の関係で伝搬の様子は異なる。もし、管の断面サイズが波長よりも十分に小さい場合は、音波は管軸に沿って一様に伝搬し、管軸に垂直な断面上では音圧と粒子速度の変動は無視できるほど小さいとみなす。この近似の仕方を平面波伝搬の近似という。実際的には、断面サイズが半波長程度までを平面波伝搬と考える場合が多い。単純な断面形状を持つ円筒や矩形の音響管において、平面波以外の伝搬が可能となるモード（高次モードと呼ぶ）は、管断面サイズが概ね半波長に対応する周波数付近で生じること、平面波伝搬を仮定できる周波数の上限を定める根拠として考えられる。声道の横断長は口腔部で比較的長い、最大の横断長を5cm程度と仮定すると3.5kHz程度までを平面波伝搬の有効な近似として考えることができ、母音で重要な周波数帯域を含むことができる。より高い周波数域では、平面波伝搬では表現できない共振特性が現れることもある。また、波長に比べて極めて小さい空洞や短い分岐などの部分は、その部分の媒質全体が一様に振動していると考えて、時間的因子にのみ依存して音圧や粒子速度が変動する集中定数素子として近似することもできる。このような場合に音響要素としての素子値は、空洞や分岐の寸法から決定される。

### 2.2 インピーダンスの定義と境界の表現

反射のない空間における平面波では音圧  $p_i$  と粒子速度  $v_i$  の比  $Z_c = p_i/v_i$  は、音波を観測する

座標位置によらず一定の値となる．この比を媒質の特性インピーダンスといい、媒質の密度と音速の積で表される媒質固有の値である．反射波の存在により伝搬方向の異なる音波が同時に存在するときには、波の干渉により音圧と粒子速度の比は、位置によって様々に変化する．ある周波数において、複数の波の重ね合わせの結果生じている音圧と粒子速度（粒子速度はベクトル量であるが、ここではその成分を考えるものとする）を考える．いま、空間内の位置  $\mathbf{r}$  で、角周波数  $\omega$  で変化する音圧  $p(\mathbf{r}, t)$  と粒子速度  $v(\mathbf{r}, t)$  が次のように表現されているとする．

$$\begin{aligned} p(\mathbf{r}, t) &= P_m(\mathbf{r}) \cos(\omega t + \theta_p(\mathbf{r})) = \operatorname{Re}\{P(\mathbf{r}) e^{j\omega t}\} \\ v(\mathbf{r}, t) &= V_m(\mathbf{r}) \cos(\omega t + \theta_v(\mathbf{r})) = \operatorname{Re}\{V(\mathbf{r}) e^{j\omega t}\} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $P(\mathbf{r}) = P_m(\mathbf{r}) e^{j\theta_p(\mathbf{r})}$ 、 $V(\mathbf{r}) = V_m(\mathbf{r}) e^{j\theta_v(\mathbf{r})}$  と置いている． $j$  は虚数単位、 $\operatorname{Re}\{\cdot\}$  は複素数の実部を取ることを表す． $P_m(\mathbf{r})$ 、 $V_m(\mathbf{r})$  は空間的な振幅分布を、 $\theta_p(\mathbf{r})$ 、 $\theta_v(\mathbf{r})$  は、位相分布を表す．このとき、複素比  $Z_s(\mathbf{r})$

$$Z_s(\mathbf{r}) = \frac{P(\mathbf{r})}{V(\mathbf{r})} \quad (2)$$

を位置  $\mathbf{r}$  における比音響インピーダンスという．比音響インピーダンスは、交流信号に対する複素比であることから電気回路理論におけるインピーダンスと同様に扱うことができる．なお、インピーダンスの実部と虚部を、それぞれ、抵抗、リアクタンスという．また、インピーダンスの逆数をアドミタンスと呼び、その実部と虚部をコンダクタンス、サセプタンスという．

管の内部を伝搬する平面波については、粒子速度に管の断面積  $A$  を乗じた体積速度  $vA$  を用いる方が都合がよい場合が多い．音圧と体積速度の複素数比  $Z_a(\mathbf{r})$ 、

$$Z_a(\mathbf{r}) = \frac{P(\mathbf{r})}{AV(\mathbf{r})} = \frac{Z_s(\mathbf{r})}{A} \quad (3)$$

を音響インピーダンスという．

音響管の境界に課せられる物理的な条件は、比音響インピーダンスや音響インピーダンスを用いて表すことができる．例えば、音響管の端部から音波が放射されるような状況では、管の端部に周波数によって値が変化する音響インピーダンス（放射インピーダンスと呼ばれる）が接続されると考えることで境界を表すことができる．振動しない剛壁で終端した場合は、壁に垂直な方向の粒子速度は常に 0 となるから、終端の音響インピーダンスは無限大となる．また、声道のような柔かい壁の特徴は有限な値を持つ壁の比音響インピーダンスで表すことができる．

### 2.3 反射と共鳴

音波の反射が繰り返されることによって管の共鳴が生じるということについて、簡単な例を用いて考える．図 1 (a) のように断面積が一樣で長さ  $l$  の音響管の一端を硬いピストン振動板で強制的に振動させる状態を考える．音波は音響管内部を伝搬し，他端（負荷端とする）に達すると入射した波の一部が反射するものとする．反射されてピストン振動板に戻ってきた音波は，振動板でもう一度反射される．すると，ピストン振動板が本来送出している音波と振動板で反射された音波が，重畳して負荷端へ向かって伝搬することになる．このような音波の伝搬と反射を図 1 (b) のように，時間  $\tau = l/c$  の音波の伝搬遅延と負荷端および音源端での反射（反射係数をそれぞれ  $r_l$ ， $r_g$ ）として表現する．反射する波は，入射する波より大きくはならないので， $|r_l|, |r_g| \leq 1$  である．図 1 (b) で表されているのが音波の粒子速度と考えて， $r_l$ ， $r_g$  を適当な値に設定して，負荷端での粒子速度  $y(t)$  が時間的にどのように変化するかを求めてみる．粒子速度は，ベクトル量なので右向きに伝わる音波の粒子速度と左向きに伝わる音波の粒子速度の差が観察される粒子速度である．

まず，ピストン振動板が静止している状態を考えて  $r_g$  を定める．振動板が極めて硬いときには，振動面の粒子速度は 0 となっているはずなので，右向きと左向きの粒子速度の差が常に 0 になるように  $r_g$  は 1 に設定する．負荷端では，管が開放されている状況に類似するように  $r_l$  を定める．管が開放されているときは，剛壁の場合とは対称的に粒子速度が最大になるものと考えれば  $r_l$  は  $-1$  となる．管の長さを波長  $\lambda$  の  $1/4$  として，振動周期  $T$  で， $t=0$  から振動速度  $v(t) = V_g \sin(2\pi t/T)$  で強制的に振動させ状態を考える．音源振動板の表面に付着している空気は，振動板と同じ速度で振動するから粒子速度は  $v(t)$  と同一である． $v(t)$  のピーク値  $V_g$  がどのように伝わっていくか調べると，時間  $\tau = l/c$  後に負荷端に達し，ここで反射 ( $n$  倍) されて，さらに  $\tau$  だけ経過後に音源端に達する．この波は，音源端で反射 ( $r_g$  倍) されて負荷端へ向かう波となるが，その瞬時値は  $r_l r_g V_g = -V_g$  である．一方，音響管を一往復するのに要した時間は  $2\tau = 2l/c = T/2$  であるが，半周期経過したときのピストン振動板の振動速度の瞬時値は  $-V_g$  となっているので，2つの波は加算され， $-2V_g$  の負のピーク値を有する波として負荷側に進行していく．半周期毎にこの過程が繰り返されることで，負荷端での粒子速度はいく

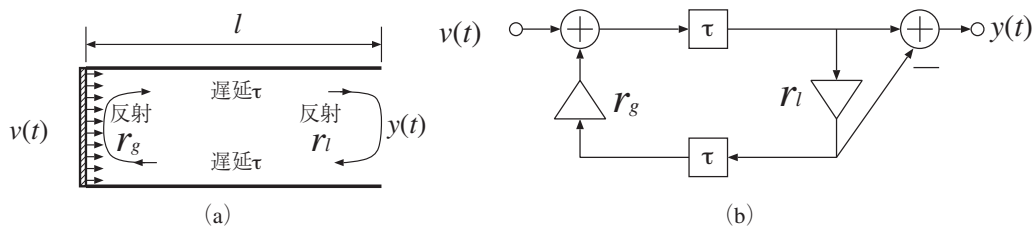


図 1 : (a) 振動速度  $v(t)$  による長さ  $l$  の音響管の駆動． $\tau$  は伝搬遅延時間， $r_l$ ， $r_g$  は端面での反射係数，  
(b) 交流信号の流れ．

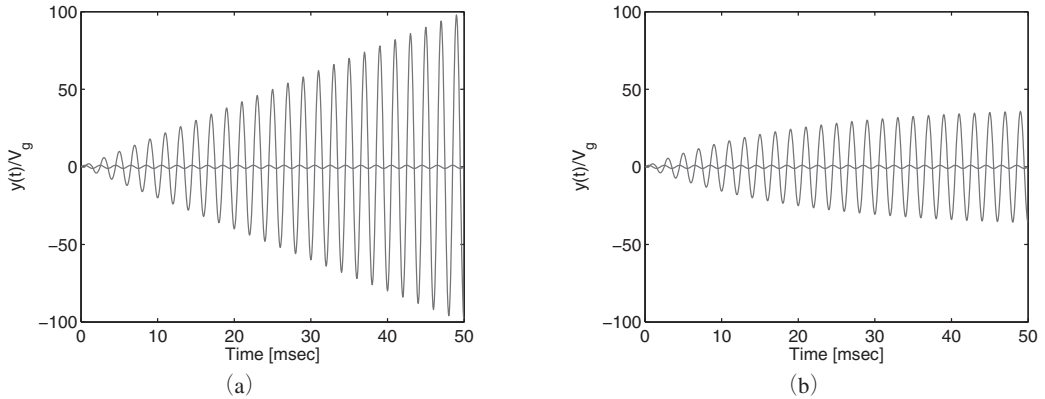


図 2：1/4 波長の長さを持つ音響管の負荷端における粒子速度波形． $y(t)$  は負荷端での粒子速度の瞬時値，縦軸中央付近に描かれているのはピストン振動板の振動速度  $v(t)$ ．いずれも  $V_g$  で規格化して表示．(a) 理想的に開放している場合 ( $r_1 = -1$ )，(b) 95% の音波が反射する場合 ( $r_1 = -0.95$ )．

らでも大きくなる．この様子を図 2 (a) に示す．

$r_1 = -1$  は実際には実現困難な条件で， $|r_1| < 1$  の場合には負荷端での粒子速度の振幅は有限な値 ( $V_g$  の  $(1+|r_1|)/(1-|r_1|)$  倍) に収束する．図 (b) に負荷端で 95 パーセントが反射する場合 ( $r_1 = -0.95$ ) を示す．駆動速度源の振幅  $V_g$  よりも非常に大きな粒子速度が現れ，定常状態での管の共鳴を表している．

## 2.4 平面波に関する基本式

### 2.4.1 気体の熱力学的関係

音波の振動は早いため，気体の圧縮，膨張の変化は断熱的に生じると考えて，音波による気体の微小変化の関係を求める．気体の圧力  $P = P_0 + p$ ，体積  $W = W_0 + w$  とする．添字 0 は音波が存在しない平衡状態での値を， $p$ ， $w$  は微小変動を表すものとする．理想気体が断熱変化するとき，次の関係（ポアソンの式）が成立する．

$$PW^\eta = \text{一定} \quad (4)$$

$\eta$  は，定圧比熱と定積比熱の比を表し，気体粒子の自由度  $s$  の関数 ( $\eta = (s+2)/s$ ) である．ヘリウムのような単原子の場合は  $5/3$ ，空気のような 2 原子分子の場合には  $7/5$  となる<sup>3)</sup>．式

(4) の両辺を微分すると次の関係が得られる．

$$\frac{dP}{P} + \eta \frac{dW}{W} = 0 \quad (5)$$

音波による変動は極めて小さいから  $P \approx P_0$ ， $W \approx W_0$  とし， $dP$  を音圧  $p$ ， $dW$  を体積変化  $w$  とみなすと，

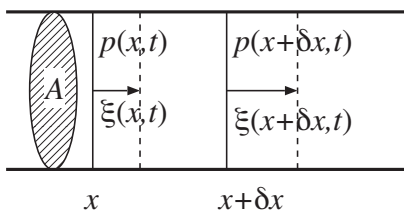


図 3 : 平面波による微小体積部分の変位.

$$p = -\eta P_0 \frac{w}{W_0} = -K \frac{w}{W_0} \quad (6)$$

が得られる．ここで， $K = \eta P_0$ は，体積の変化率と圧力変化との関係を表す係数で，体積弾性率と呼ばれる．

音波による気体の微小変化が図 3 のような断面積  $A$  の管内を  $x$  軸方向に伝わる平面波によって生じているものとする．音波が存在しないときに位置  $x$  にあった媒質粒子は，時刻  $t$  に  $\xi(x, t)$  だけ変位しているとすると，微小距離  $\delta x$  だけ離れた位置での変位  $\xi(x + \delta x, t)$  は，

$$\xi(x + \delta x, t) = \xi(x, t) + \frac{\partial \xi(x, t)}{\partial x} \delta x \quad (7)$$

となる．音波がないときの体積  $W_0 = A\delta x$  が体積  $W = W_0 + A(\xi(x + \delta x, t) - \xi(x, t))$  に変化する．従って，体積変化  $w(x, t)$  は，

$$w(x, t) = A(\xi(x + \delta x, t) - \xi(x, t)) = W_0 \frac{\partial \xi(x, t)}{\partial x} \quad (8)$$

となる．位置  $x$ ，時刻  $t$  の音圧を  $p(x, t)$  として，式 (6) の関係に代入すると，

$$p(x, t) = -K \frac{\partial \xi(x, t)}{\partial x} \quad (9)$$

となる．位置  $x$ ，時刻  $t$  での粒子速度  $v(x, t) = \partial \xi(x, t) / \partial t$  として，式 (9) を時間で微分すると連続の式と呼ばれる次の関係が得られる．

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -K \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \quad (10)$$

#### 2.4.2 運動方程式

図 3 の微小体積  $W_0$  に作用する音波による力は，位置  $x$  の面で  $x$  の正方向に  $A p(x, t)$ ， $x + \delta x$  の面で  $x$  の負方向に  $A p(x + \delta, t)$  なので， $x$  の正方向の合力は，

$$A p(x, t) - A p(x + \delta, t) \quad (11)$$

である．微小体積内の媒質の質量は，媒質密度を  $\rho$  とすると  $W_0 \rho = A \delta x \rho$  で，加速度は粒子速

度  $v(x, t)$  の時間微分であるから，運動方程式は次のようになる．

$$Ap(x, t) - Ap(x + \delta, t) = A\delta x \rho \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (12)$$

$\delta x$  を 0 とすると，次の関係が得られる．

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial x} = -\rho \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (13)$$

### 2.4.3 波動方程式

式 (10)，(13) が音波に関する基本の式となる．これらの式から，音圧  $p(x, t)$  または，粒子速度  $v(x, t)$  の一方を消去すると，次の波動方程式が得られる．

$$\frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial t^2} \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} \quad (15)$$

ここで  $c$  は，

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (16)$$

と置いており，音の速さを表す．式 (14)，(15) は同じ形なので，解は任意定数を除いて同じ形で表される．これらの定数は管の境界条件に従って決定される．速度ポテンシャル  $\phi(x, t)$  を次のように定義する．

$$v(x, t) = -\frac{\partial \phi(x, t)}{\partial x} \quad (17)$$

速度ポテンシャルは，その空間的な傾斜に負号を付けるとその方向の粒子速度になるようなスカラー関数である．式 (17) を式 (13) に代入すると， $p(x, t)$  は次のように表される．

$$p(x, t) = \rho \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial t} \quad (18)$$

これらの関係を連続の式 (10) に代入すると， $\phi(x, t)$  についてもやはり同じ形式の波動方程式が得られる．

$$\frac{\partial^2 \phi(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi(x, t)}{\partial t^2} \quad (19)$$

音響問題の数値計算では，速度ポテンシャルに関する微分方程式の解を計算してから，式 (17)，(18) により音圧，粒子速度を求める場合が多い．

音圧，粒子速度，あるいは速度ポテンシャルのそれぞれを空間的な変化と時間的な変化に分



離し、時間的な変動を角周波数  $\omega$  の複素正弦波  $e^{j\omega t}$  とすると次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} p^*(x, t) &= P(x) e^{j\omega t} \\ v^*(x, t) &= V(x) e^{j\omega t} \\ \phi^*(x, t) &= \Phi(x) e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (20)$$

ここで、\*は複素数に拡張した量を表しており、実際の時間信号は  $p(x, t) = \text{Re}\{p^*(x, t)\}$  のようにその実部を取り出すものとする。式 (20) を波動方程式 (19) に代入して整理すると、角周波数  $\omega$  の成分に関する空間分布  $\Phi(x)$  について次の式が得られる。

$$\frac{d^2\Phi(x)}{dx^2} + k^2\Phi(x) = 0 \quad (21)$$

ここで、 $k = \omega/c$  は波数と呼ばれる。式 (21) は、ヘルムホルツ方程式と呼ばれ、式 (19) をフーリエ変換した周波数域での表現となっている。また、音圧、粒子速度に関する空間分布は、速度ポテンシャルの定義により  $\Phi(x)$  を用いて次のように表される。

$$P(x) = j\omega\rho\Phi(x) \quad (22)$$

$$V(x) = -\frac{d\Phi(x)}{dx} \quad (23)$$

## 2.5 定常状態の解

常微分方程式で表されたヘルムホルツ方程式 (21) は、次の定常状態の解を持つ。

$$\Phi(x) = \phi^+ e^{-jkx} + \phi^- e^{jkx} \quad (24)$$

$\phi^+$ 、 $\phi^-$  は境界条件から定まる定数である。これより、音圧、粒子速度の空間分布は

$$P(x) = j\omega\rho(\phi^+ e^{-jkx} + \phi^- e^{jkx}) \quad (25)$$

$$V(x) = jk(\phi^+ e^{-jkx} - \phi^- e^{jkx}) \quad (26)$$

これらの式は、1次元の音波を表すには2つの独立な成分が存在することを表している。空間変化が  $e^{-jkx}$  で表される項は  $x$  の増加とともに位相が遅れるので、 $x$  の正方向に伝搬する前進波と呼ぶ。また、 $e^{jkx}$  で表される項は、 $x$  の負の方向に伝搬する後進波と呼ぶ。前進波、後進波に関する音圧と波の伝搬方向に対する粒子速度の比は、どちらも位置  $x$ 、角周波数  $\omega$ 、複素振幅  $\phi^+$ 、 $\phi^-$  によらず、

$$\frac{j\omega\rho\phi^+e^{-jkx}}{jk\phi^+e^{-jkx}} = \frac{j\omega\rho\phi^-e^{jkx}}{-(-jk\phi^-e^{jkx})} = \rho c \quad (27)$$

となり，2.2節冒頭で述べたように特性インピーダンス  $Z_c = \rho c$  と呼ばれる媒質固有の値である。

$x = 0$  における粒子速度の前進波，後進波成分をそれぞれ， $v^+$ ， $v^-$ と置くと，

$$P(x) = Z_c(v^+e^{-jkx} + v^-e^{jkx}) \quad (28)$$

$$V(x) = v^+e^{-jkx} - v^-e^{jkx} \quad (29)$$

と書ける．2.3節で管の共鳴が生じる様子を述べたが，定常状態での解の表現を用いると，管内の音場分布や伝達特性を容易に表すことができる．管の長さを  $l$  として， $x = l$  で反射が生じて粒子速度の前進波 ( $v^+e^{-jkl}$ ) の一部 ( $r_l$  倍) が後進波 ( $v^-e^{jkl}$ ) に変換されるとすると，

$$v^-e^{jkx} = r_l v^+e^{-jkx} \quad (30)$$

と書ける． $v^- = r_l e^{-jkx} v^+$  を式 (28)，(29) に代入すると，音圧と粒子速度の分布が次のように表される．

$$P(x) = Z_c v^+ e^{-jkx} (1 + r_l e^{-j2k(l-x)}) \quad (31)$$

$$V(x) = v^+ e^{-jkx} (1 - r_l e^{-j2k(l-x)}) \quad (32)$$

$v^+$ ， $Z_c$  は  $x$  に関係しない値なので，音圧と粒子速度の大きさの管内分布は， $r_l$  を含む ( ) 内の項で表現される． $P(x)$ ， $V(x)$  の分布の特徴は，複素平面上の  $\bar{P} = 1 + r_l e^{-j2k(l-x)}$  と  $\bar{V} = 1 - r_l e^{-j2k(l-x)}$  の軌跡から知ることができる．反射係数の大きさは1以下であるが，反射に伴い適当な位相変化を含むことも可能なので  $r_l = a_l e^{j\theta_l}$ ， $0 \leq a_l \leq 1$  とする．図4のように実軸

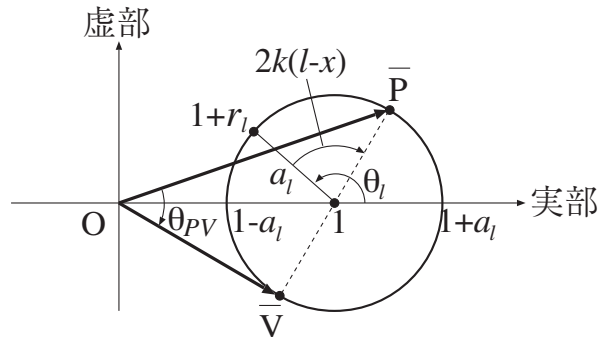


図4：音圧と粒子速度の分布を表す複素平面上の点  $\bar{P}$  と  $\bar{V}$  の位置。

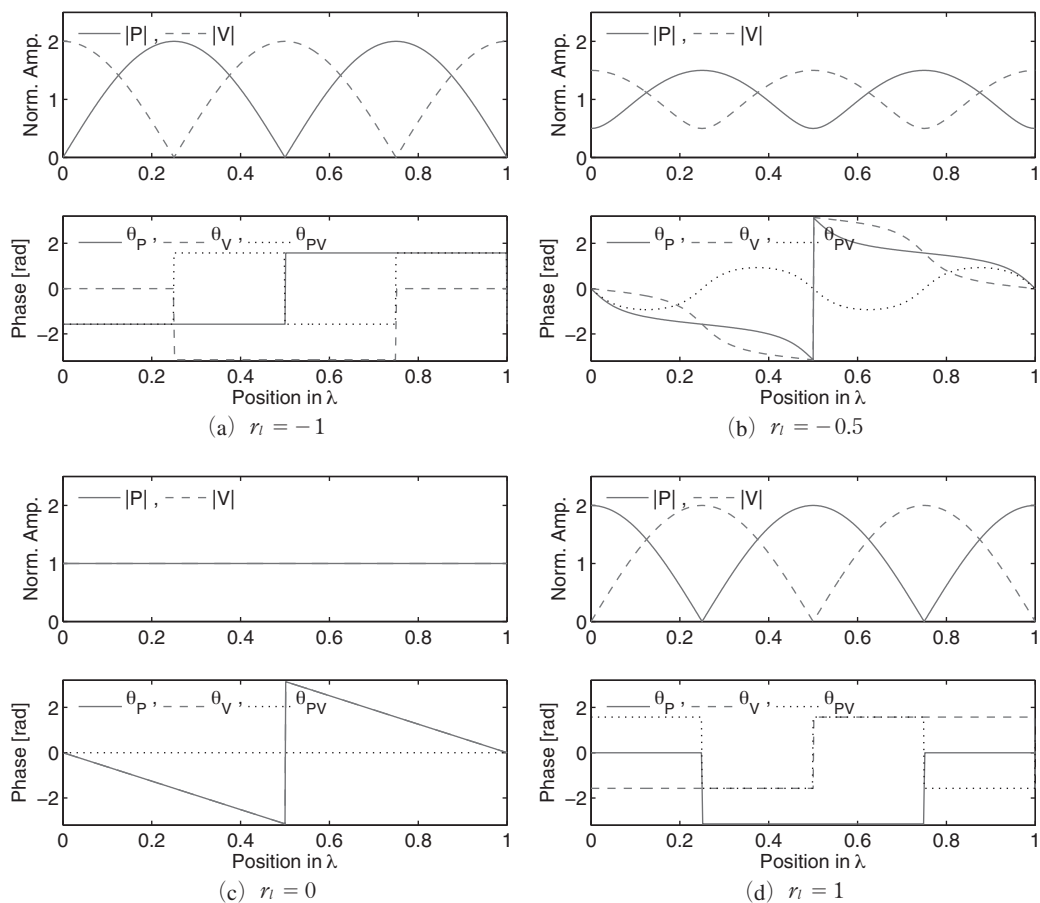


図5：音響管内部の音圧 $P(x)$ と粒子速度 $V(x)$ の分布 ( $0 \leq x \leq \lambda$ )。振幅は前進波成分の大きさと規格化している。 $\theta_P$ ,  $\theta_V$ は $P(x)$ ,  $V(x)$ の位相角。 $\theta_{PV} = \theta_P - \theta_V$ 。

上の点 $1+j0$ を中心に半径 $a_l$ の円を描き、位相角 $\theta_l - 2k(l-x)$ に応じた円周上の点が $\bar{P}$ となる。また、円周上で対称の位置にある点が $\bar{V}$ となる。振幅 $|P(x)|$ ,  $|V(x)|$ は、 $|\bar{P}|$ ,  $|\bar{V}|$ と大きさは異なるが、 $x$ に関して同じ分布形状となる。

図4から明らかなように $\bar{P} = 1 + a_l = 1 + |r_l|$ となるとき、 $|P(x)|$ が最大、 $|V(x)|$ が最小であり、 $\bar{P} = 1 - a_l = 1 - |r_l|$ となるとき、 $|P(x)|$ が最小、 $|V(x)|$ が最大となる。 $P(x)$ と $V(x)$ の位相差は、 $\bar{P}$ と $\bar{V}$ の位相差と同じで、図4の角度 $\theta_{PV}$ となる。 $a_l < 1$ のときは、 $\theta_{PV}$ は位置 $x$ に関して連続的に変化する。 $a_l = 1$ の場合は、 $\theta_{PV} = \pm\pi/2$ である。位相差が不連続となる位置では、音圧または粒子速度のどちらかが必ず0となる。

図5に音圧、粒子速度の空間分布を示す。(a), (b), (c), (d)は、それぞれ、 $r_l = -1$ ,  $-0.5$ ,  $0$ ,  $1$ に対応する。 $r_l = -1$ は終端の理想的開放( $P(l) = 0$ )、 $r_l = 1$ は剛壁による理想的閉止( $V(l) = 0$ )、 $r_l = 0$ は無反射( $P(l) = Z_c V(l)$ )を表す。このように管内音場の相対的な分布に

は、音源に関する量が入っておらず、終端での反射係数  $r_l$  のみで決定される。このことは、音響インピーダンスの計測の際に重要となる。

$x = 0$  で粒子速度  $V_g$  が与えられると、

$$V(0) = v^+ - v^- = V_g \quad (33)$$

となる。この式は、 $v^+ = V_g + v^-$  と書けるから、粒子速度を与える場合には、音源部において後進波が完全に反射して前進波に変換されることを意味する。式 (30)、(33) から  $v^+$  を求めると、

$$v^+ = \frac{V_g}{1 - r_l e^{-j2kl}} \quad (34)$$

となり、管内音場の分布の大きさが具体的に定まる。

終端での粒子速度  $V(l)$  と与えた粒子速度  $V_g$  の比  $H_V(kl)$  で伝達特性を表すと、式 (32)、(34) より、

$$H_V(kl) = \frac{V(l)}{V_g} = \frac{1 - r_l}{1 - r_l e^{-j2kl}} e^{-jkl} \quad (35)$$

となるので、 $kl$  が変化して  $|1 - r_l e^{-j2kl}|$  が最小値  $1 - |r_l|$  になるとき、 $|H_V(kl)|$  は最大となる。終端が理想的に開放されている場合を考えて  $r_l = -1$  とすると、

$$H_V(kl) = \frac{1}{\cos(kl)} \quad (36)$$

となる。従って、 $kl = 2\pi l / \lambda = \pi/2 + n\pi$ 、( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) より、

$$l = \frac{1 + 2n}{4} \lambda \quad (37)$$

の関係を満たすとき、伝達特性が無限大となる。理想的開放  $r_l = -1$  は実現困難な条件であるが、 $-1 < r_l < 0$  の場合も式 (37) を満たすときに  $|H_V(kl)|$  は極大となり共鳴の状態となる。

管長を成人の声道の長さに近い  $l = 17\text{cm}$ 、音速を  $c = 340\text{m/s}$  とし、 $r_l$  を変化させた場合の伝達特性を図 6 に示す。次節で述べる音声生成過程の声道モデルでは、声道を断面積が変化する管として扱う。均一な管において平面波伝搬を仮定できる周波数範囲におおよそ 4 つの伝達特性のピークが生じるので、音声の特徴付けるホルマントは、このようなピークが局所的な断面積の変化に伴ってシフトしたものと捉えることもできる。

## 2.6 比音響インピーダンスの分布と共鳴の関係

図 5 で示したように、音響管内部では前進波と後進波の重ね合わせにより定在波（または定常波）が生じている。音圧と粒子速度が位置により変動するので、式 (2) の比音響インピー

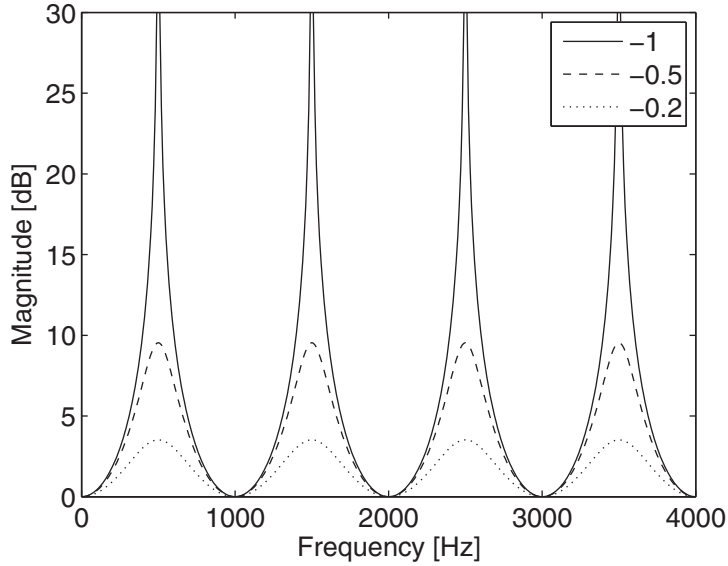


図 6 : 終端反射係数  $r_1$  に対する伝達特性の変化.  $r_1 = -1, -0.5, -0.2, l = 17\text{cm}, c = 340\text{m/s}$ .

ダンスも位置により変化する．終端での反射係数  $r_1$  を用いて表した波動方程式の解，式 (31)，(32) を式 (2) に代入すると，

$$Z_s(x) = \frac{1 + r_1 e^{-j2k(l-x)}}{1 - r_1 e^{-j2k(l-x)}} Z_c \quad (38)$$

となる．粒子速度源がある  $x = 0$  では，

$$\frac{Z_s(0)}{Z_c} = \frac{1 + r_1 e^{-j2kl}}{1 - r_1 e^{-j2kl}} = \frac{1 + r_1 e^{-j2kl}}{(1 - r_1) e^{-jkl}} H_V(kl) \quad (39)$$

と書けるが， $|H_V(kl)|$  が最大のとき， $|1 + r_1 e^{-j2kl}|$  が最大となるので， $|Z_s(0)|/Z_c$  も最大となる． $l$  は管の長さであるが，終端から音源までの距離として考えると，負荷側を見込む比音響インピーダンスが最大となる位置に粒子速度源が配置されると，管は共鳴の状態となる．図 7 に音源位置と終端での粒子速度の関係を示す．定在波の節に粒子速度源が配置された場合は負荷端での粒子速度が最大となる共鳴の状態となる．一方，同じ大きさの粒子速度源が定在波の腹に配置された場合には，終端での粒子速度の大きさは音源と同程度となる．

音源の性質が粒子速度源ではなく，音圧源のような場合を考える． $x = 0$  で音圧  $P_g$  が与えられると，式 (28) より，

$$P(0) = Z_c(v^+ + v^-) = P_g \quad (40)$$

となる． $v^+ = P_g/Z_c - v^-$  と書けるから，音圧源を与える場合には，後進波が理想的な開放状態と同様な反射をする．式 (30)，(40) から  $v^+$  を求めると，

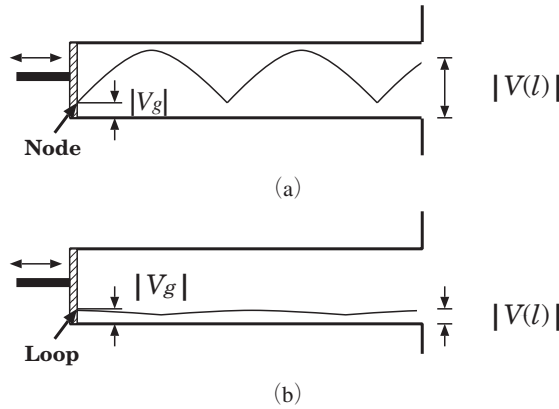


図7：粒子速度源の配置位置と負荷端での粒子速度の関係．(a) 速度源が節（node）に配置された場合 (b) 速度源が腹（loop）に配置された場合．

$$v^+ = \frac{P_g}{Z_c(1+r_1 e^{-j2kl})} \quad (41)$$

となる．終端での粒子速度  $V(l)$  と与えた音圧  $P_g$  の比  $T_P(kl)$  で伝達特性を表すと、式 (31)、(41) より、

$$T_P(kl) = \frac{V(l)}{P_g} = \frac{1}{Z_c} \frac{1-r_1}{1+r_1 e^{-j2kl}} e^{-jkl} \quad (42)$$

となるので、 $kl$  が変化して  $|1+r_1 e^{-j2kl}|$  が最小値  $1-|r_1|$  になるとき、 $|T_P(kl)|$  は最大となる．このとき、音源部の比音響インピーダンス  $Z_s(0)$  は最小となっている．粒子速度源の場合とは対称的に、負荷側を見込む比音響インピーダンスが最小となる位置に音圧源が配置されると、管は共鳴の状態となる．終端が理想的に開放されている場合 ( $r_1 = -1$ ) は、

$$T_P(kl) = \frac{1}{jZ_c \sin(kl)} \quad (43)$$

となるので、

$$l = \frac{n}{2} \lambda, n = 1, 2, \dots \quad (44)$$

の関係を満たすとき伝達特性が無限大となる．

### 3 1次元声道モデルの構成

音声生成過程全体を音源部，声道部，放射部の各段階からなるシステムとして扱う音源—フィルタ理論が広く用いられている．ここでは声道部の共鳴特性を簡便に表現できる1次元音響管モデルについて述べる．

†この量はアドミタンスとなる．

### 3.1 声道形状の近似

声門から口唇にいたる声道部分は、舌、顎、唇などの調音器官により複雑な形状となる。声道内部を伝搬する音波を平面波として近似する場合には、音波が声門から口唇に向かって伝搬する軸を設定しなければならない。このような軸は声道の中心軸と呼ばれ、声道の矢状断面の幾何学的な形状から定める。例えば、声道の輪郭線に接する円の中心を連ねた曲線や視察によって描いた滑らかな曲線を抽出する。舌尖などのように断面形状が急激に変化するような部位で中心線が著しく屈曲しないように注意する。中心軸に垂直な面と声道の輪郭との交線により声道の断面形状が得られる。この断面の面積を声門から口唇に至る中心軸上の距離の関数として表したものは声道断面積関数と呼ばれ、声道の共鳴特性を決定する最も重要なパラメータとなる。

声門から中心軸に沿って測った距離を  $x$  とし、声道断面積関数を  $A(x)$  とする。 $x$  における音圧、粒子速度、体積速度を  $p(x, t)$ 、 $v(x, t)$ 、 $u(x, t)$  とすると、 $u(x, t) = A(x)v(x, t)$  であるから、式 (10)、(13) を書き直すと、

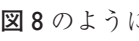
$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = -\frac{A(x)}{K} \frac{\partial p(x, t)}{\partial t} \quad (45)$$

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial x} = -\frac{\rho}{A(x)} \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \quad (46)$$

となる。ここで、 $A(x)$  は十分滑らかであるとして、 $u(x, t)\partial A(x)/\partial x$  の 2 次の微小量を見捨てる。また、音圧、体積速度の一方のみで表すと次の波動方程式（ホーン方程式）が得られる。

$$\frac{A(x)}{c^2} \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( A(x) \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} \right) \quad (47)$$

$$\frac{1}{c^2 A(x)} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{A(x)} \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right) \quad (48)$$

一般的な  $A(x)$  に対してこの解を求めることは難しいが、 $A(x)$  が一定の場合は均一管となるので前節のように解が求められる。いま、 8 のように  $A(x)$  を多区間の階段関数によって近似すれば、各区間の均一音響管の解を管の接続面での境界条件を満足するように選ぶと声道全体に対する解が得られる。特に各区間の長さを全て等しい長さ  $l$  に選ぶと、インパルスを入力した場合には、各管の接続面での音波の反射、透過の過程が  $\tau = l/c$  時間毎に一斉に生じるので、時間域では  $\tau$  時間毎の値にのみ着目して計算を行うことができる。平面波に対しては断面積関数に対応する管の断面形状は任意であるが、声道内部での損失項の導入や放射部での扱いでは断面の形が関係してくるので、1次元声道モデルの断面形状として円形を考えるのが普通である。

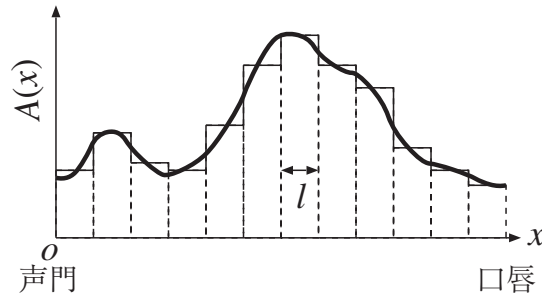


図8：声道断面積関数  $A(x)$  の階段関数による近似。

### 3.2 電氣的等価回路

等長  $l$  に分割された音響管において各区間の声門側を位置座標の原点としたローカル座標を設定すると、 $0 \leq x \leq l$  では、断面積は定数  $A$  である。時間因子を  $e^{j\omega t}$  として、音圧、体積速度の空間分布を  $P(x)$ 、 $U(x)$  とすると、式 (45)、(46) は次のようになる。

$$\frac{dU(x)}{dx} = -j\omega \frac{A}{K} P(x) \quad (49)$$

$$\frac{dP(x)}{dx} = -j\omega \frac{\rho}{A} U(x) \quad (50)$$

1次定数が  $R$ 、 $L$ 、 $G$ 、 $C^\dagger$  で指定された均一伝送線路の電信方程式は、 $I(x)$ 、 $E(x)$  をそれぞれ電流、電圧とすると

$$\frac{dI(x)}{dx} = -(G + j\omega C) E(x) \quad (51)$$

$$\frac{dE(x)}{dx} = -(R + j\omega L) I(x) \quad (52)$$

となるが、電圧に音圧を、電流に体積速度を対応させて式 (49)、(50) と係数を比較すると次の対応が得られる。

$$R = G = 0, L = \frac{\rho}{A}, C = \frac{A}{K} = \frac{A}{\rho c^2} \quad (53)$$

従って、無損失均一音響管と無損失均一伝送線路は係数の置き換えにより完全に対応することが分かる。音響管内部の音圧は大気圧からの変動成分として各位置で定められるので、電氣的に対応させる場合には図9 (a) のように基準電位からの変動により信号を表す不平衡形の伝送線路として考えることができる。

空気の粘性や声道壁の振動などを考慮しようとするとき、声道壁に垂直な粒子速度を表現する

<sup>†</sup>それぞれ、単位長さあたりの直列抵抗、直列インダクタンス、並列コンダクタンス、並列キャパシタンス



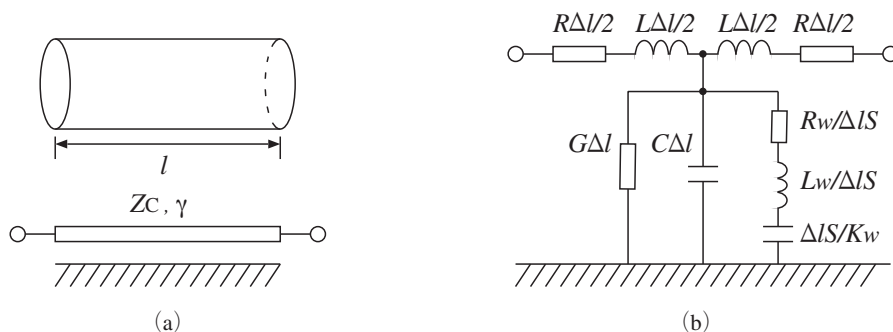


図 9 : (a) 音響管の電気的等価回路. (b) 微小長  $\Delta l$  の等価回路.

ことになり、1次元的な伝搬を考えるモデルに組み入れるには記述が困難となる。一方、伝送線路においては、1次定数である  $R$ ,  $G$  を与えることで直ちに損失を表すことができるので、 $R$ ,  $G$  に適当な値を定めることで音響管の損失を表現することが考えられる。 $R$ ,  $G$  には、それぞれ空気の粘性損失と熱損失を対応させ、熱伝導率が無限大の剛壁と空間が平面で仕切られた半無限空間を考慮して単位長さ当りの損失を評価すると次の関係が得られる<sup>5)</sup>。

$$R = \frac{S}{A^2} \sqrt{\frac{\omega \rho \mu}{2}}, \quad G = S \frac{\eta - 1}{\rho c^2} \sqrt{\frac{\lambda \omega}{2 c_p \rho}} \quad (54)$$

ただし、 $S$  は音響管の周長を、 $\mu$ ,  $\lambda$ ,  $c_p$  は、それぞれ空気の粘性係数、熱伝導率、定圧比熱を表す。これらの空気に関する物理定数の値は、おおよそ表 1 の通りである。

### 3.3 声道壁インピーダンス

ここまでの扱いは音響管は剛壁と仮定しているが、実際の声道は柔かい壁でできているので、声道内の音波により壁が振動し、音響管の損失の増大や共振周波数の変化を生じさせる可能性がある。一般に柔かい性質を有する壁の音響特性は、その壁に音波を垂直に入射したときの壁表面の音圧と粒子速度の複素比である比音響インピーダンス  $Z_w$  で表される。管内音圧により管壁に垂直方向の力が働き壁位置の微小変位が生じるものと考え、壁の特性は単位長

表 1 : 空気に関する物理定数<sup>5,7)</sup>

定数	値	単位	条件
密度 $\rho$	1.14	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	呼気
音速 $c$	358	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	呼気
粘性係数 $\mu$	$19.0 \times 10^{-6}$	$\text{Pa} \cdot \text{s}$	37度C
熱伝導率 $\lambda$	$2.41 \times 10^{-2}$	$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	0度C
定圧比熱 $c_p$	1.01	$\text{J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	20度C
定圧比熱と定積比熱の比 $\eta$	1.40	—	20度C

表 2 : 声道壁インピーダンス  $Z_w = R_w + j(\omega L_w - K_w/\omega)$  の値.

	$R_w$ [g/(cm <sup>2</sup> · s)]	$L_w$ [g/cm <sup>2</sup> ]	$K_w$ [g/(cm · s) <sup>2</sup> ]	Remarks
Flanagan <sup>5)</sup>	6,500	0.4	—	stomach
Ishizaka, <i>et al.</i> <sup>12)</sup>	800	2.1	84,500	relaxed cheek
Suzuki <sup>13)</sup>	1,400	1.6	—	
Lunde <sup>14)</sup>	650	1.38	—	
Suzuki and Nakai <sup>15)</sup>	1,600	2.12	154,900	3 subjects
	1,150	1.96	127,200	
	1,170	1.87	142,800	
Kamiyama, <i>et al.</i> <sup>16)</sup>	700	0.5	—	f < 325Hz
	1,900	0.3	—	f ≥ 325Hz
Dang, <i>et al.</i> <sup>17)</sup>	266–15,100	1.40±0.12	182,000±15,300	average

さ当り  $Y_w$  のアドミタンスを  $G$ ,  $C$  に並列に挿入することで、壁から漏れ出る体積速度を近似的に表現することができる。この場合、付加されるアドミタンスは、周長  $S$  の音響管の単位長さあたり、

$$Y_w = \frac{S}{Z_w} \quad (55)$$

となる。図 9 (b) に損失項を含む微小長  $\Delta l$  の音響管の T 形等価回路を示す。声道壁の比音響インピーダンス (単に声道壁インピーダンスと呼ばれることが多い) は、インピーダンスを同定する手法や対象とした部位によって、表 2 のようにならかなり広い範囲の値が報告されている。声道壁インピーダンスが共鳴特性に与える影響は低い周波数ほど大きく、低域のホルマント周波数の上昇と帯域幅の増大をもたらす<sup>6)</sup>。

### 3.4 縦続接続音響管

損失を含む音響管に関する波動方程式の解は、 $x=0$  における体積速度の前進波、後進波成分をそれぞれ、 $U^+$ ,  $U^-$  と置くと、

$$P(x) = Z_c (U^+ e^{-\gamma x} + U^- e^{\gamma x}) \quad (56)$$

$$U(x) = U^+ e^{-\gamma x} - U^- e^{\gamma x} \quad (57)$$

となる。ここで、 $Z_c$ ,  $\gamma$  は音響管の特性インピーダンス、伝搬定数で次のようになる。

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C + Y_w}} \quad (58)$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C + Y_w)} \quad (59)$$

$x = 0$  と  $x = l$  での音圧, 体積速度を用いて  $U^+$ ,  $U^-$  を消去すると, 縦続行列を用いて次のように表すことができる.

$$\begin{pmatrix} P(0) \\ U(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma l) & Z_c \sinh(\gamma l) \\ \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P(l) \\ U(l) \end{pmatrix} \quad (60)$$

無損失音響管の場合は  $R = G = Y_w = 0$  なので,  $Z_c = \rho c / A$ ,  $\gamma = jk$  となる.

声道の物理モデルとして図8のような断面積の異なる音響管の縦続接続音響管を考えると, 管の接続面において音圧と体積速度がそれぞれ連続であることが境界条件となる. 声門側から数えた区間番号を  $i$  とし, 第  $i$  区間の諸量に添字  $i$  を付けて表すと, 第  $i$  区間と第  $i+1$  区間の接続面では,

$$\begin{aligned} P_i(l) &= P_{i+1}(0) \\ U_i(l) &= U_{i+1}(0) \end{aligned} \quad (61)$$

となる. 第  $i$  区間の縦続行列を  $\mathbf{F}_i$  とすると, 式 (60) の関係を用いて,

$$\begin{pmatrix} P_g \\ U_g \end{pmatrix} = \mathbf{F}_1 \mathbf{F}_2 \cdots \mathbf{F}_n \begin{pmatrix} P_l \\ U_l \end{pmatrix} \quad (62)$$

となる. ここで,  $P_g$ ,  $U_g$  と  $P_l$ ,  $U_l$  は, それぞれ声門音源部 (第1区間の原点) と口唇放射部 (第  $n$  区間の終端) での音圧と体積速度である. 全体の縦続行列の要素を

$$\begin{pmatrix} A_F & B_F \\ C_F & D_F \end{pmatrix} = \mathbf{F}_1 \mathbf{F}_2 \cdots \mathbf{F}_n \quad (63)$$

とすると, 声道モデル全体の体積速度伝達関数  $H_U$  と音源部から声道部を見込んだ入力インピーダンス  $Z_{in}$  は, 次のように容易に求めることができる.

$$H_U = \frac{U_l}{U_g} = \frac{1}{C_F Z_r + D_F} \quad (64)$$

$$Z_{in} = \frac{P_g}{U_g} = \frac{A_F Z_r + B_F}{C_F Z_r + D_F} \quad (65)$$

ただし,  $P_l = Z_r U_l$  で,  $Z_r$  は放射インピーダンスである.

鼻音のように鼻腔への管の分岐を考えると, 図10のように分岐点からそれぞれの管に対応する線路を並列に接続する. 分岐面での音圧と体積速度を図10 (a) のように表すと, 境界

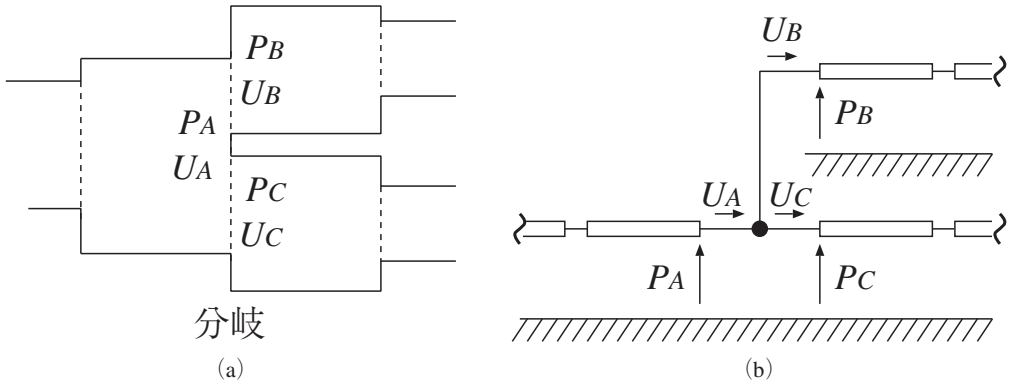


図10：(a) 分岐する音響管，(b) 分岐部の等価回路。

での連続の条件は次のようになる。

$$\begin{aligned} P_A &= P_B = P_C \\ U_A &= U_B + U_C \end{aligned} \quad (66)$$

分岐点から各線路を見込んだインピーダンス  $Z_{in,B} = P_B/U_B$ ,  $Z_{in,C} = P_C/U_C$  を式 (65) と同様に求む，その並列インピーダンスを分岐前の区間の終端インピーダンスとして接続することで分岐以降の特徴を等価的に表すことができる．鼻腔への分岐のように声道に別の管が結合すると伝達特性上には新たな共振や反共振が生じることが知られている<sup>4-6)</sup>．

### 3.5 反射係数

図11 (a) のように第  $i$  区間と  $i+1$  区間の体積速度の前進波，後進波成分を表すと，式 (61) の境界条件より，

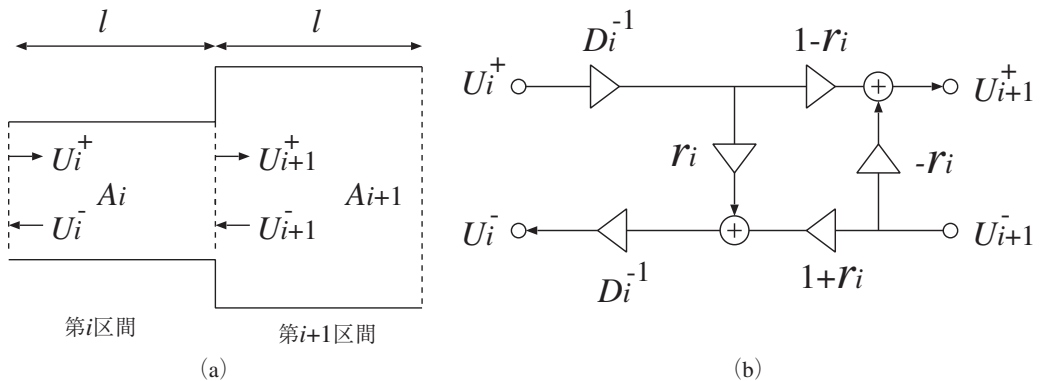


図11：(a) 隣接する音響管，(b) 体積速度のシグナルフロー。

$$\begin{pmatrix} U_{i+1}^+ \\ U_i^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-r_i)D_i^{-1} & -r_i \\ r_i D_i^{-2} & (1+r_i)D_i^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_i^+ \\ U_{i+1}^- \end{pmatrix} \quad (67)$$

となる．ここで，

$$r_i = \frac{Z_{C,i+1} - Z_{C,i}}{Z_{C,i+1} + Z_{C,i}} \quad (68)$$

$$D_i^{-1} = e^{-\gamma_i l} \quad (69)$$

とされている． $U_i^+$ ,  $U_{i+1}^-$ を入力， $U_{i+1}^+$ ,  $U_i^-$ を出力としてシグナルフローを描くと図11 (b) のようになる． $r_i$ は第*i*区間と*i+1*区間の接続面での反射を特徴付けており，反射係数と呼ばれる． $\gamma_i = \alpha_i + j\beta_i$ とすると，

$$D_i^{-1} = e^{-\alpha_i l} e^{-j\beta_i l} \quad (70)$$

となる． $e^{-\alpha_i l}$ は*l*だけ伝搬するときの減衰を，また， $e^{-j\beta_i l}$ は*l*だけ伝搬するときの位相遅れを表している．特に，音響管が無損失の場合には，

$$r_i = \frac{A_i - A_{i+1}}{A_i + A_{i+1}} \quad (71)$$

$$D_i^{-1} = e^{-jk l} \quad (72)$$

となり，反射係数は2つの管の断面積のみの関数で表され，位相遅れは周波数に比例するので伝搬遅延時間は全ての周波数で一定値 $\tau = l/c$ になる．従って， $\tau$ 時間毎<sup>†</sup>に接続面での反射と透過の過程を各区間ごとに計算していくことで声道部分の時間域シミュレーションを行うことができる．このような構造はKelly形の声道モデルとよばれている<sup>8)</sup>．声道内損失を考慮する場合にも， $Z_{C,i} \approx \rho c l A_i$ ， $\beta_i \approx k$ とし，減衰定数 $\alpha_i$ を適当な代表周波数での定数値として評価する近似を行うと同様な構造のフィルタで計算することができる．また，分岐のある区間についても式(66)の接続面における連続条件を体積速度の前，後進波成分で表すことで反射過程を表すことができる<sup>9)</sup>．このように波の伝搬遅延と反射，透過に基づいて構成される構造のフィルタは一般にウェーブデジタルフィルタと呼ばれており，フィルタの係数感度が低い安定なフィルタとして知られている<sup>10)</sup>．声道モデルの高度化のために，周波数特性を考慮した管内の伝搬と接続面の反射をデジタルフィルタで表現する方法も提案されている<sup>11)</sup>．

#### 4 3次元化による声道モデルの高度化

平面波に対する連続の式と運動方程式を3次元に拡張すると，音圧*p*と粒子速度*v*に関して

<sup>†</sup>放射端も含めて全ての反射係数を実数と考えたモデルのインパルス応答には，1区間の往復時間 $2\tau$ 毎に0が現れるので，実質的な計算は $2\tau$ 時間毎に行うことができる．

次の関係が得られる.

連続の式

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -K \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -K \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (73)$$

運動方程式

$$\nabla p = -\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \quad (74)$$

ここで、 $\nabla$ は、直角座標系では  $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$  を  $x, y, z$  方向の単位ベクトルとして次の演算子ベクトルを表す.

$$\nabla = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (75)$$

また、速度ポテンシャル  $\phi$  を

$$\mathbf{v} = -\nabla \phi \quad (76)$$

により定義すると、

$$p = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (77)$$

となる. これらの関係を式 (73) に代入すると、 $\phi$ に関する波動方程式が得られる.

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (78)$$

$\nabla^2$ は直交座標系では次の演算を表す.

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (79)$$

時間因子を  $e^{j\omega t}$  として、 $\phi = \Phi e^{j\omega t}$  とすると、空間分布に関するヘルムホルツ方程式が得られる.

$$\nabla^2 \Phi + \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \Phi = 0 \quad (80)$$

また、音圧、粒子速度の空間分布を  $P, \mathbf{V}$  とすると、 $p = \text{Re}\{P e^{j\omega t}\}$ ,  $\mathbf{v} = \text{Re}\{\mathbf{V} e^{j\omega t}\}$  と書けるので、式 (76), (77) を用いて  $\Phi$  から次のように求められる.

$$P = j\omega\rho\Phi \quad (81)$$

$$\mathbf{V} = -\nabla\Phi \quad (82)$$

3次元声道モデルに対して波動方程式を数値的に解く手法として、有限要素法（FEM, Finite Element Method）が最もよく用いられている<sup>18-25)</sup>。解析の対象とする空間を4面体などの微小要素に分割して、各要素の節点での音圧、粒子速度を求める。時間域、周波数域のどちらの解析にも用いられる。計算対象の空間全体を微小伝送線路からなる多数の空間格子で近似し、格子点での反射過程を計算することで時間応答を求める伝送線路行列法<sup>29,30)</sup>（TLM, Transmission Line Matrix method）やデジタルウエーブガイドメッシュ<sup>27,28)</sup>（DWM, Digital Waveguide Mesh）、粒子速度と音圧を求める格子点を空間的に交互に配置し、運動方程式と連続の式を空間、時間に関して中心差分で近似する時間領域差分法<sup>26)</sup>（FDTD, Finite Difference Time Domain method）が声道モデルの時間域解析に適用されている。また、声道を微小領域への分割により計算するのではなく、形状の異なる比較的大きなサイズの音響管が接続されたものと考えて、その内部音場を高次モードを含めて表現するモデルも提案されている<sup>31-35)</sup>。

## 5 おわりに

本稿では音響管共鳴が生じる過程について説明し、基本的な声道モデルの構成手順について近似の仮定や電氣的等価回路表現も含めて述べた。このようなモデルは従来より音声生成の音響モデルとして用いられており、概ね良好な音韻性を有する音声を合成することができるものの、摩擦子音などのように高域に比較的高い成分がある音声に対して適用するのは困難となる。1次元モデルで表現できない高い周波数域での音響特徴を検討するために、最近では3次元声道モデルを用いた詳細な音響解析が進められている。3次元モデルにおける解析は、声道の形状モデルの作成自体と数値計算の両者において膨大なコストを必要とする。1次元モデルにおける様々な近似と制約を十分に理解した上で、3次元化による高度化と音声合成などへの応用利用を考えた計算の簡約化を進めることが今後は必要と思われる。

本研究の一部は、北海学園大学ハイテクリサーチセンター“電磁・光センシングを主体とする生体関連情報の先進的計測・処理技術の開発と応用”、および、北海学園学術研究助成総合研究“人間・社会・自然のシミュレーション／動的システムモデル化”の支援を受けている。

## 参考文献

- 1) B. Cranen and L. Boves, “Pressure measurements during speech production using semiconductor miniature pressure transducers : Impact on models for speech production”, *Journal of the Acoustical Society of America*, **77**, pp.1543-1551 (1985).
- 2) K. Motoki and N. Miki, “Measurement of intraoral sound pressure distributions of Japanese vowels”, *Proceedings 1992 International Conference on Spoken Language Processing*, pp.851-854 (1992).
- 3) 戸田盛和, 熱・統計力学, 第4章, 岩波書店 (1983).

- 4) G. Fant, *Acoustic theory of speech production*, Mouton (1960).
- 5) J. L. Flanagan, *Speech Analysis Synthesis and Perception* (2nd Expnd ed.), Springer-Verlag (1972).
- 6) L. R. Rabiner著, 鈴木久喜訳, 音声のデジタル信号処理 (上), 3章, コロナ社 (1983).
- 7) 国立天文台編, 理科年表, 丸善 (1991).
- 8) J. L. Kelly and C. C. Lochbaushondm, "Speech synthesis", Proc. 4th International Congress on Acoustics, G42, 1-4 (1962) [Reprinted in *Speech synthesis*, edited by J. L. Flanagan and L. R. Rabiner (Dowden, Hutchinson & Ross, Stroudsburg), pp.127-130 (1973)].
- 9) 野村哲也, 三木信弘, 永井信夫, "唇と声門の境界条件を入れたデジタル声道シミュレータ", 電子通信学会論文誌, **J64-A**, 3, pp.251-268 (1981).
- 10) A. Fettweis, "Wave digital filters : Theory and Practice", Proc. IEEE, **74**, 2, pp.270-327 (1986).
- 11) K. Hayashi and N. Miki, "Approximation method for time-domain simulation of the lossy vocal tract and evaluation of frequency-dependent losses during glottal source flow", Acoustical Science and Technology, **29**, 2, pp.130-138 (2008).
- 12) K. Ishizaka, J. French and J. Flanagan, "Direct determination of vocal tract wall impedance", IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing, **ASSP-23**, 4, pp.370-373 (1975).
- 13) 鈴木誠史, "声道壁インピーダンスの検討", 日本音響学会誌, **34**, 3, pp.149-156 (1978).
- 14) P. Lunde, "Acoustic transmission-line analysis of formants in hyperbaric helium speech", Proceedings IEEE International Conference on ICASSP'85, 3, pp.1141-1144 (1985).
- 15) 鈴木久喜, 中井孝芳, "声道壁インピーダンスとその音声パラメータへの影響", 重点領域研究報告, PASL 62-11-1 (1987).
- 16) N. Kamiyama, N. Miki and N. Nagai, "Measurement of acoustic reflection characteristics of the human cheek", Journal of Acoustical Society of Japan (E), **11**, 4, pp.207-214 (1990).
- 17) 党建武, 中井孝芳, 鈴木久喜, "声道内音圧及び頬の振動加速度による頬インピーダンスの測定", 日本音響学会誌, **48**, 9, pp.621-628 (1992).
- 18) C. Lu, T. Nakai and H. Suzuki, "Finite element simulation of sound transmission in vocal tract", Journal of Acoustical Society of Japan (E), **14**, 2, pp.63-72 (1993).
- 19) 松崎博季, 三木信弘, 小川吉彦, "音響管内の3次元の音響的特徴量の有限要素法による解析", 電子情報通信学会論文誌, **J80-A**, 9, pp.1351-1359 (1997).
- 20) 佐々木幸司, 三木信弘, 松崎博季, 宮永喜一, "3次元声道音響解析における有限要素法の計算の高速化", 電子情報通信学会論文誌, **J85-A**, 11, pp.211-218 (2002).
- 21) 新川拓也, 安藤貴則, 松村雅史, 川野恵理, "三次元声道内の音圧分布に基づく声道長の推定", バイオメカニズム, **16**, pp.301-308 (2002).
- 22) 松崎博季, 元木邦俊, 三木信弘, "有限要素法における3次元声道モデルの曲がり及び断面形状の簡略化に関する検討", 日本音響学会誌, **59**, 8, pp.440-449 (2003).
- 23) 西本博則, 赤木正人, 北村達也, 鈴木規子, "有限要素法による声道伝達特性推定の有効性に関する検討", 日本音響学会誌, **62**, 4, pp.306-315 (2006).
- 24) H. Matsuzaki and K. Motoki, "Study of acoustic characteristics of vocal tract with nasal cavity during phonation of Japanese /a/", Acoustical Science and Technology, **28**, 2, pp.124-127 (2007).
- 25) T. Vampola, J. Horáček and J. G. Švec, "FE modeling of human vocal tract acoustics. Part I : Production of Czech vowels", Acta Acustica united with Acustica, **94**, 3, pp.433-447 (2008).
- 26) 竹本浩典, パーハムモクタリ, "時間領域差分法による声道の音響解析", 日本音響学会秋季研究発表会講演論文集, pp.475-478 (2007).
- 27) J. Mullen, D. M. Howard and D. T. Murphy, "Real-time dynamic articulations in the 2-D waveguide mesh vocal



- tract model”, *IEEE Trans. on Audio, Speech and Language Processing*, **15**, pp.577–585 (2007).
- 28) 井上謙次, 竹本浩典, 北村達也, 正木信夫, 中嶋鴻毅, “デジタルウェーブガイドメッシュを用いた3次元MRIデータからの声道断面積関数の抽出”, *日本音響学会春季研究発表会講演論文集*, pp.319–322 (2008).
  - 29) S. El-Masri, X. Pelorson, P. Saguét and P. Badin, “Vocal tract acoustics using the transmission line matrix (TLM) method”, *Proceedings of Fourth International Conference on Spoken Language Processing*, **2**, pp.953–956 (1996).
  - 30) S.El-Masri, X.Pelorson, P.Saguét and P.Badin, “Development of the transmission line matrix method in acoustics applications to higher modes in the vocal tract and other complex ducts”, *International Journal of Numerical Modelling*, **11**, pp.133–151 (1998).
  - 31) 元木邦俊, “高次モードを考慮した声道音響モデルの構成法”, *日本音響学会誌*, **54**, 12, pp.850–856 (1998).
  - 32) 元木邦俊, 松崎博季, “インピーダンス変換に基づく3次元声道モデルの音響特性の計算手法”, *北海学園大学工学部研究報告*, **27**, pp.139–157 (2000).
  - 33) K. Motoki, X. Pelorson, P. Badin and H. Matsuzaki, “Computation of 3-D vocal tract acoustics based on mode-matching technique”, *Proceedings 2000 International Conference on Spoken Language Processing*, pp.461–464 (2000).
  - 34) 元木邦俊, 松崎博季, “矩形音響管の非対称接続による声道音響特性の計算”, *北海学園大学工学部研究報告*, **29**, pp.293–303 (2002).
  - 35) K. Motoki and H. Matsuzaki, “Computation of the acoustic characteristics of vocal-tract models with geometrical perturbation”, *Proceedings 2004 International Conference on Spoken Language Processing (INTERSPEECH2004-ICSLP)*, TuB602p.16, pp.521–524 (2004).